

Лекции по курсу “Основы построения навигационной аппаратуры потребителей СРНС”

Болденков Е. Н.

15 июня 2013 г.

Содержание

Лекция 1	Обзор	5
1.1	Основные принципы, используемые в радионавигации	5
1.1.1	Беззапросные измерения	6
1.1.2	Псевдодальномерный метод	11
1.2	Аппаратура потребителей	14
1.2.1	Структура НАП	14
1.2.2	Разделение на первичную и вторичную обработку	16
1.2.3	Разновидности аппаратуры СРНС	16
Лекция 2	Радиочастотный тракт	19
2.1	Структура навигационного сигнала	19
2.2	Шум наблюдений	24
2.3	Малозумящий усилитель	24

2.4	Радиочастотный блок	29
2.5	Связь мощности сигнала и отношения мощности сигнала к спектральной плотности шума	32
Лекция 3	АЦП, частотный план	35
3.1	Аналогово-цифровое преобразование	35
3.1.1	Дискретизация	35
3.1.2	Квантование	41
3.2	План частот АП СРНС	44
3.3	Синтезатор частот	47
Лекция 4	Коррелятор	50
4.1	Теоретические предпосылки использования корреляцион- ной обработки	50
4.2	Блок формирования опорного гармонического колебания .	53
4.3	Блок формирования дальномерного кода	56
4.4	Считывание измерений	60
Лекция 5	Обнаружение навигационного радиосигнала.	61
5.1	Постановка задачи обнаружения	61
5.2	Оптимальное решение задачи обнаружения	62
5.3	Критерий Неймана-Пирсона	65
5.4	Обнаружение сигнала с неизвестной фазой	69
5.5	Некогерентное накопление	70
Лекция 6	Поиск навигационного радиосигнала	72
6.1	Постановка задачи поиска	72
6.2	Синтез алгоритма поиска	73
6.3	Реализация алгоритма поиска на практике	74
6.4	Выбор шага поиска по частоте и задержке	74

6.5	Выбор времени накопления	77
Лекция 7	Быстрый поиск навигационного радиосигнала	79
7.1	Инженерия поиска — выбор компромиса	80
7.2	Оптимизация области поиска	82
7.2.1	Режим “горячего” старта	82
7.2.2	Режим “тёплого” старта	85
7.2.3	Режим “горячего” старта	86
Лекция 8	Система слежения за фазой	86
8.1	Обработка сигнала в корреляторе	86
8.2	Когерентная и некогерентная обработка	87
8.3	Структура системы ФАП	88
8.4	Фазовый дискриминатор	89
8.5	Статистические характеристики фазового дискриминатора	92
8.6	Сглаживающий фильтр	96
8.7	Ошибки слежения системы ФАП	98
Лекция 9	Система слежения за частотой.	102
9.1	Частотный дискриминатор	102
9.2	Сглаживающий фильтр	108
9.3	Анализ ошибок слежения за частотой	110
Лекция 10	Система слежения за задержкой.	112
10.1	Дискриминатор задержки	113
10.2	Автономная система слежения за задержкой	117
10.3	Комплексная ССЗ с поддержкой от ФАП	120
Лекция 11	Декодирование навигационного сообщения	122
11.1	Требуемая вероятность ошибки приёма данных	122
11.2	Демодуляция навигационного сообщения	124

11.3	Декодирование навигационного сигнала	127
11.3.1	Помехоустойчивое кодирование	129
11.3.2	Кодирование в системе ГЛОНАСС	130
11.3.3	Кодирование в системе GPS	132
11.4	Эффект от помехоустойчивого кодирования	133
Лекция 12	Одношаговый алгоритм решения навигационной задачи .	134
12.1	Псевдодальномерный метод решения навигационной задачи	134
12.2	Решение задачи методом Ньютона	135
12.3	Двухсистемное решение	138
12.4	Вычисление вектора скорости	139
Лекция 13	Фильтрационный алгоритм решения навигационной за- дачи	140
13.1	Постановка задачи синтеза фильтрационного алгоритма .	140
13.2	Синтез фильтрационного алгоритма	143
Лекция 14	Алгоритмы фильтрации вторичных оценок	144
14.1	Фильтр по координатам	146
14.2	Фильтр смещения опорного генератора	149
14.3	Результат работы фильтров вторичного сглаживания . . .	150
Лекция 15	Контроль целостности	152
15.1	Требования к целостности	152
15.2	Методы повышения целостности	153
15.3	Автономный контроль целостности — RAIM	154
Лекция 16	Помехоустойчивость АП СРНС	156
16.1	Шумовая заградительная помеха	157
16.2	Методы повышения помехоустойчивости	159
16.3	Линейность радиочастотного тракта	160

16.4 Требования к линейности радиочастотного тракта	161
Лекция 17 Погрешности измерений СРНС	163
17.1 Источники погрешности измерения псевдодальности	165
17.2 Источники погрешности измерения псевдоскорости	166
17.3 Геометрический фактор	166
Лекция 18 Особенности применения СРНС в различных областях . .	168

Лекция 1 Обзор

1.1 Основные принципы, используемые в радионавигации

Системы спутниковой радионавигации предназначены для определения координат, скорости потребителя, а также для точного определения времени. Данные системы являются радиотехническими, значит для решения поставленных задач используются радиосигналы.

В основе радионавигации лежат следующие физические принципы.

1. Прямолинейность распространения радиоволн.

В СРНС используются радиосигналы УКВ диапазона с частотами порядка полутора гигагерц. Радиоволны на таких частотах не способны огибать препятствия существенных размеров, поэтому АП СРНС принимает радиосигналы от навигационных спутников (НС), находящихся в области прямой видимости. При этом предполагается, что радиосигнал распространяется по прямой линии, соединяющей антенну НС и антенну потребителя. На прямолинейности распространения могут сказываться релятивистские эффекты, но в рас-

смаатриваемой ситуации они очень малы и не учитываются. Гораздо более существенным нарушением этой предпосылки является многолучёвое распространение радиоволн, характерное для городских условий. В этом случае сигнал перед поступлением в антенну АП переотражается от некоторого препятствия, его путь искривляется. Однако это отдельная тема, о которой пойдёт речь в другой лекции.

2. Постоянная скорость распространения радиоволн.

Известно, что радиоволны распространяются со скоростью света. Это свойство позволяет, измерив задержку распространения, умножить её на скорость света, получив таким образом дальность. Однако скорость распространения радиоволн постоянна только в вакууме. В реальности это не совсем так – при прохождении через различные слои атмосферы, такие, как ионосфера и тропосфера, скорость распространения несколько изменяется, что приводит к появлению ошибки оценки дальности, достигающей десятка метров. Для коррекции этой ошибки в АП СРНС используются специальные методы, не являющиеся предметом данной лекции.

1.1.1 Беззапросные измерения

Итак, измерение задержки распространения сигнала от НС до АП позволяет определить расстояние между ними по прямой линии. Как использовать это для определения координат АП?

Рассмотрим ситуацию на плоскости (рис. 1). Пусть есть некоторая точка с известными координатами (обозначим её НС1) и точка, координаты которой нужно определить (обозначим её АП). Измерим расстояние между этими точками. В этом случае область возможных положений

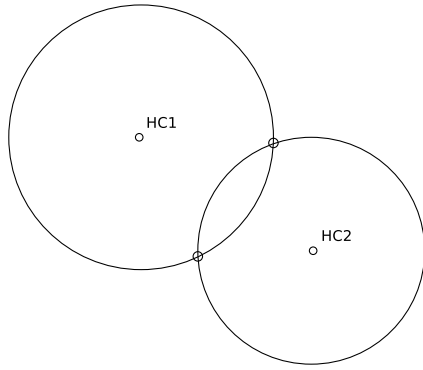


Рис. 1. Двумерная задача

точки АП будет ограничена окружностью, которая, как известно, является множеством всех точек, равноудалённых от центральной (НС1). Таким образом, измерение расстояния от АП до НС1 не даёт координат точек АП, а лишь ограничивает область её возможного местоположения. Возьмём ещё одну точку с известными координатами (НС2), не совпадающую с НС1 и замеряем расстояние от этой точки до АП. Получим ещё одно множество точек – тоже окружность. АП находится одновременно и на первой окружности, и на второй. Понятно, что если НС1 и НС2 не совпадают (центры окружностей не совпадают), а у этих окружностей есть общая точка, значит эти окружности пересекаются. Пересекаться они могут в двух точках. Могут пересекаться и в одной, если точки НС1, НС2 и АП лежат на одной линии, но это частный случай. Таким образом, измерение расстояния до двух точек с известными координатами на плоскости даёт два возможных положения точки АП, что уже неплохо. Осталось выбрать между этими двумя точками. Можно сделать третье измерение до третьей точки с известными координатами НС3, тогда всё встанет однозначно. Если же в реальной ситуации будут ещё какие-нибудь критерии, позволяющие определить требуемую точку, то можно использовать их и не делать третьего измерения, но об этом

позже. Итак, задача определения координат на плоскости требует 2 или трёх измерений до точек с известными координатами, чтобы определить координаты точек АП.

В трёхмерном пространстве будет дополнительное пространственное измерение, поэтому понадобится ещё одна точка с известными координатами. Измерив в трёхмерном пространстве расстояние от АП до НС1 мы ограничим область возможных положений точки АП сферой – множеством точек, равноудалённых от заданной (НС1). Измерив расстояние до второй точки, мы получим вторую сферу, а область возможных положений точки АП ограничится уже пересечением двух сфер – окружностью. Если взять третье измерение до точки НС3, то получится третья сфера, которая пересечёт полученную на прошлом этапе окружность в двух точках – в одной из них будет находиться АП. Далее можно было бы взять ещё одно измерение, и определить однозначно, какая из точек нам нужна.

Но в СРНС делают не так. Когда рассматриваются не абстрактные точки АП и НС, а положение потребителя и спутников, заранее известно, что спутники летают по орбитам, а потребитель находится на поверхности Земли. В то же время при определении координат по измерениям расстояний до трёх спутников будет получено две точки, одна из которых будет соответствовать положению потребителя, а другая будет находиться в космосе. Исходя из этого понятно, какую из точек выбирать. Существует АП СРНС для космических аппаратов, где всё может оказаться не так просто, но это отдельная тема. Таким образом, для определения координат потребителя достаточно измерить расстояние до трёх спутников и знать их координаты.

Тем не менее известно, что для определения координат АП использует минимум 4 спутника. Почему? Всё дело в методе измерения расстояния. Как измерить расстояние до спутника с помощью радиосигналов?

Наиболее очевидный способ подобен радиолокационному. АП потребителя отправляет сигнал на НС, НС этот сигнал переизлучает обратно. При этом радиосигнал проходит путь туда и обратно. Замеряя время между моментом излучения сигнала и моментом его приёма, АП СРНС может определить расстояние по формуле: $r = \frac{ct}{2}$, где c - скорость света. Данный способ неудобен по многим причинам. Самая главная из них состоит в том, что СРНС должен отвечать на запросы каждого отдельного экземпляра АП. В то же время, одним из требований к СРНС является большое количество пользователей системы. Сделать систему с большой пропускной способностью, обслуживающей к настоящему времени миллионы потребителей, слишком сложно. Кроме того, АП СРНС в этом случае должна содержать передатчик зондирующего сигнала, что тоже сложно.

Данная проблема решена путём использования беззапросного метода измерений, используемого во всех современных СРНС. Данный метод предполагает только одностороннюю связь – от навигационных спутников к аппаратуре потребителей. Спутник передаёт радиосигнал, аппаратура потребителя принимает и никак иначе. Это как радио – станция вещает, а множество абонентов слушают.

Но как при этом измерять расстояние? Можно было бы сделать так. Пусть на борту НС есть часы. При излучении радиосигнала в этот радиосигнал закладывается сообщение, содержащее момент излучения по часам на борту НС. Аппаратура потребителя также содержит внутри

часы. По этим часам АП может «засечь» время приёма радиосигнала. Тогда расстояние будет определяться выражением . Однако при реализации такого метода возникает проблема. Дело в том, что все часы имеют определённую погрешность измерения времени, и эта погрешность велика. Возьмите обычные кварцевые часы. Даже лучшие из них за длительный период времени – месяцы – уходят на несколько секунд. Но даже ошибка величиной в одну секунду даст погрешность 300 тыс. км!

Как быть? В реальности поступают так. На каждый НС устанавливается высокостабильный опорный генератор на основе атомного стандарта частоты. Атомные часы имеют очень маленький уход шкалы времени, но всё же требуют постоянной коррекции, которая периодически осуществляется командно-измерительным комплексом системы. Часы на борту НС называются бортовой шкалой времени – БШВ. Благодаря этому часы всех НС поддерживаются согласованными друг с другом и с главными часами системы, находящимися на Земле и тоже основанными на атомном стандарте частоты – эти часы называются системной шкалой времени (СШВ). А вот часы потребителя стабильными поддерживать нельзя. Аппаратура потребителей должна быть дешёвой и лёгкой, что не даёт возможность установить туда атомный стандарт частоты. Кроме того, постоянно синхронизировать часы потребителя (ШВП – шкала времени потребителя) с системной шкалой времени неудобно. В реальной аппаратуре потребителя устанавливают кварцевый опорный генератор с нестабильностью 10-20 ppm (parts per million, т.е). При этом алгоритм измерения координат должен учитывать, что ШВП имеет погрешность, обозначим её . Таким образом, показания часов потребителя могут быть выражены следующим образом:

Запишем уравнения, по которым можно определить координаты потребителя при использовании дальномерного метода:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} \\ R_2 = \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2} \\ \dots \\ R_N = \sqrt{(x - x_N)^2 + (y - y_N)^2 + (z - z_N)^2} \end{array} \right., \quad (1)$$

В данном выражении x, y, z — координаты потребителя, x_i, y_i, z_i — координаты i -го спутника, R_i — расстояние до i -го спутника.

Таким образом, имеем систему из трёх уравнений с тремя неизвестными — x, y, z . Остальные величины считаем известными: координаты НС рассчитываются по данным, принимаемым вместе с навигационным сигналом, а расстояния измеряются приёмником. Как было сказано выше, расстояние может быть рассчитано, как произведение разности моментов приёма и излучения сигнала на скорость света.

1.1.2 Псевдодальномерный метод

Проблема заключается в том, что аппаратуре потребителя доступно измерение момента излучения по СШВ (системной шкале времени), а момент приёма — по ШВП (шкале времени потребителя). На самом деле, время излучения определяется по БШВ (бортовой шкале времени), которая на каждом спутнике своя, но они между собой в первом приближении синхронизированы. Пересчитывая время приёма в СШВ, вводя погрешность часов ШВП $\Delta\tau = t_{\text{ШВП}} - t_{\text{БШВ}}$, получим (здесь c —

скорость света для пересчёта $\Delta\tau$ в дальность):

$$\begin{cases} \rho_1 = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} + \Delta\tau \cdot c \\ \rho_2 = \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2} + \Delta\tau \cdot c \\ \rho_3 = \sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2} + \Delta\tau \cdot c \end{cases} \quad (2)$$

В данном выражении — величина, получившая название «псевдодальность». Это дальность, вычисленная по формуле произведения разности моментов приёма $t_{\text{ПРМ}}$ и излучения $t_{\text{ИЗЛ}}$ на скорость света, но моменты приёма и излучения взяты по разным шкалам времени.

$$\rho_i = c \cdot (t_{\text{ПРМ}}^{\text{ШВП}} - t_{\text{ИЗЛ}}^{\text{БШВ}}) = c \left(t_{\text{ПРМ}}^{(\text{ШВП})} - t_{\text{ИЗЛ}}^{(\text{ШВП})} \right) + c \cdot \left(t_{\text{ИЗЛ}}^{(\text{ШВП})} - t_{\text{ПРМ}}^{(\text{БШВ})} \right) = R_i + c \cdot \Delta\tau$$

Таким образом, псевдодальность не равна истинной дальности, а содержит ошибку. Как же теперь измерить координаты НС, ведь величина неизвестна? К счастью, эта величина одинакова для всех каналов измерения, ведь в приёмнике всего одна БШВ на все каналы. Таким образом, получена система (2) из 3 уравнений с 4 неизвестными — x , y , z и $\Delta\tau$. Для решения такой системы нужно дополнительное уравнение, которое получается путём добавления четвёртого измерения:

$$\begin{cases} \rho_1 = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} + \Delta\tau \cdot c \\ \rho_2 = \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2} + \Delta\tau \cdot c \\ \rho_3 = \sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2} + \Delta\tau \cdot c \\ \rho_4 = \sqrt{(x - x_4)^2 + (y - y_4)^2 + (z - z_4)^2} + \Delta\tau \cdot c \end{cases} \quad (3)$$

Теперь это система из 4 уравнений с 4 неизвестными, которую можно решить. Ведь вам известно, что для определения 4 неизвестных нужно 4 независимых уравнения?

Данная система имеет решение! Даже два, т.к. здесь уравнения второго порядка. На самом деле, это плохо, т.к. второе решение ложное.

Подробности описаны в лекции 12.

Данный метод определения координат называется псевдодальномерным. Таким образом, СРНС позволяет определить три координаты потребителя и смещение его шкалы времени, принимая сигналы от 4 спутников. Смещение часов ШВП (англоязычный термин “shift”) $\Delta\tau$ позволяет скорректировать часы потребителя и выдать точное время — с погрешностью порядка десятков наносекунд. Точность измерения координат составляет величины порядка метров (для разной аппаратуры потребителей цифры могут существенно отличаться).

Аналогичное уравнение есть и для вектора скорости потребителя. Частоты всех навигационных сигналов, излучаемых НС, фиксированы и известны заранее. Для сигналов системы GPS номинальная частота составляет 1575,42 МГц (а для разделения сигналов используются различные дальномерные коды – кодовое разделение сигналов). В системе ГЛОНАСС все сигналы имеют один код, но различаются по номинальной частоте, частоты равны $1602 + 0.536 \cdot n$ МГц, где n — номер литерной частоты, разной для разных сигналов. Так или иначе, номинальная частота сигнала известна заранее. АП СРНС измеряет частоты принимаемых сигналов и определяет отличие от номинала.

Отличие частот сигналов вызывается рядом факторов, главных из которых два — смещение частоты генератора АП Δf (англоязычный термин “drift”) и доплеровское смещение частоты $f_{\text{доп}}$. Доплеровское смещение частоты вызвано взаимным движением НС и АП, смещение частоты пропорционально взаимной скорости сближения:

$$f_{\text{доп}} = \frac{f_0}{c} \cdot v.$$

В данном выражении f_0 — номинальная несущая частота, v — скорость

сближения спутника и потребителя.

Таким образом, по результатам измерений для каждого из четырёх каналов известно смещение частоты сигнала. Нужно определить вектор скорости потребителя — три неизвестных по каждой из координат v_x , v_y , v_z , а четвёртой неизвестной является смещение генератора АП СРНС Δf . Для скоростей, как и для координат, составляется система из четырёх уравнений, из которых эти неизвестные можно посчитать. Данная система уравнений и более подробное рассмотрение вопросов решения навигационной задачи будет темой [12](#) лекции.

1.2 Аппаратура потребителей

Что же является предметом данного курса лекций? Под аппаратурой потребителя будем понимать некоторое устройство, на входе которого — антенна, принимающая радиосигнал. Выходом данного устройства будет некоторый цифровой интерфейс, по которому остальной аппаратуре потребителя передаются координаты, скорости, время и ряд прочих служебных данных. Таким образом, устройства в целом — «навигаторы», отображающие карты и выполняющие прочие пользовательские функции, в данном курсе рассматриваться не будут. Что входит в аппаратуру потребителя? На входе, как уже было сказано выше, стоит антенна, предназначенная для преобразования радиосигнала в электрический сигнал, пригодный для дальнейшей обработки электронными устройствами.

1.2.1 Структура НАП

После антенны обычно стоит малошумящий усилитель, предназначенный для усиления и предварительной фильтрации принятого радио-

сигнала. МШУ выделяется из радиочастотного блока, потому-что обычно стремятся сделать МШУ как можно ближе к антенне, чтобы не было потерь сигнала при его передачи от антенны к усилителю по кабелю.

Далее МШУ кабелем соединяется с радиочастотным блоком приёмника. Данный блок предназначен для усиления, фильтрации и преобразования сигнала по частоте. В АП СРНС обычно используется принцип супергетеродинного приёма – сигнал переносится с несущей частоты на низкую промежуточную частоту. Данное преобразование может осуществляться в несколько этапов. В конце радиочастотного тракта получается усиленный сигнал на низкой промежуточной частоте, отфильтрованный от мешающих воздействиям по зеркальным, соседним и прочим каналам приёма.

Далее сигнал подвергается аналого-цифровому преобразованию (АЦП). Данное преобразование может быть разделено на дискретизацию сигнала по времени и квантованию по уровню. Это не такой простой процесс, которому будет посвящена 3 лекция. Сейчас скажу лишь, что, например, вместе со стадией дискретизации по времени может быть совмещено последнее преобразование частоты, более того, существуют приёмники, в которых нет смесителей и гетеродинов, сигнал подвергается дискретизации прямо на несущей частоты с одновременным преобразованием на низкую промежуточную частоту, на которой сигнал подвергается аналогово-цифровому преобразованию и поступает в блок цифровой обработки. Алгоритмы обработки достаточно сложны, поэтому следует отметить, что с самого своего появления в конце семидесятых — начале восьмидесятых годов аппаратура потребителя основывается на цифровой обработке сигналов.

1.2.2 Разделение на первичную и вторичную обработку

Сигнал в цифровом виде с АЦП поступает на устройство, которое принято называть «коррелятором», хотя в реальной аппаратуре устройство, именуемое коррелятором, выполняет нечто большее, чем просто вычисление корреляционных интегралов. Это устройство, предназначенное для слежения за сигналом и оценки ряда его «сигнальных» параметров – частоты, задержки, фазы и прочего. Вместе с управляющим микропроцессором коррелятор образует блок первичной обработки. Вся цифровая обработка сигналов в приёмниках СРНС традиционно делится на *первичную* и *вторичную обработку*. На этапе первичной обработки определяются как раз эти «сигнальные» параметры.

«Сигнальные» параметры далее поступают на блок вторичной обработки. Данный блок обычно реализуется в виде программы управляющего процессора и предназначен для решения навигационной задачи. То есть этот блок пересчитывает «сигнальные» параметры в «навигационные» – то есть координаты, вектор скорости потребителя, смещение часов и уход частоты опорного генератора АП СРНС. Получение этих данных и является целью работы АП СРНС. Вычисленные навигационные данные передаются на выход АП СРНС по цифровому интерфейсу.

1.2.3 Разновидности аппаратуры СРНС

Аппаратура потребителей бывает весьма разнообразной в зависимости от области применения. И в зависимости от области применения к аппаратуре предъявляются различные требования. Удовлетворить всем требованиям одновременно невозможно.

Например, самая массовая область применения – бытовые навига-

онные приёмники. Данная область называется PND – “personal navigation device”. В этой области к АП предъявляются следующие требования.

- Малое энергопотребление.

Для современной АП величина потребления составляет порядка 100 мВт. Например, распространённый сейчас навигационный приёмник SiRF star IV потребляет лишь 47 мВт в рабочем режиме. Поэтому, учитывая конкуренцию, высокое энергопотребление ставит крест на использовании АП в данной области.

- Малые габариты.

Малые габариты достигаются миниатюризацией и изготовлением приёмников на основе специализированных микросхем СБИС (ASIC), предназначенных специально для навигационного приёмника. Изготовление специализированной микросхемы требует больших первоначальных затрат на разработку, поэтому окупается только при больших сериях.

- Стабильное поведение в сложных условиях.

Прежде всего, это поведение в городе. В городских условиях, особенно при движении по улицам, сигналы постоянно затеняются зданиями, есть много переотражений. Большинство приёмников разработаны без учёта этих факторов, и использовать их в городских условиях для навигации практически невозможно.

- Быстрое время выдачи решения.

Одним из этапов работы — АП является поиск сигнала, который может занять много времени. Если при включении приёмника нужно ждать несколько минут (или даже десятков минут) до начала выда-

чи решения, такой приёмник потребители не купят. Кроме того, при пропадании сигнала и его последующем появлении приёмник должен быстро восстанавливать работу, это свойство требует дополнительных усилий от разработчика аппаратуры. Например, при выезде из Лефортовского тоннеля приёмники на основе SiRF star IV восстанавливает работу через несколько секунд — это хороший результат.

- Высокая чувствительность.

Очень важна для работы в условиях затенения сигналов.

Отечественные производители пока не способны делать приёмники для рынка PND. Поэтому среди «гражданских» рынков пока освоен AVL — “automatic vehicle location” — определение местоположения транспортных средств. Там менее строгие требования, но и объём этого рынка меньше — для России несколько сотен тысяч экземпляров. Изготавливаемые для этого рынка на данный момент приёмники представляют собой модули в виде печатной платы с несколькими микросхемами. Из отечественных приёмников на момент написания активно используются Геос-3 от “Геостар-навигация”, NV08C производства “Навис”. Есть ещё не совсем отечественный Navia GL8083 на основе чипа ST8088 фирмы ST-microelectronics.

Из других областей, есть, например, геодезия, где к приёмникам предъявляются достаточно специфические требования, в первую очередь, для достижения высокой точности. Геодезические приёмники обычно осуществляют двух-трёхчастотные измерения, необходимые для коррекции влияния ионосферы, работают в режиме относительных измерений, используют фазовые измерения с разрешением неоднозначности.

Лекция 2 Радиочастотный тракт

2.1 Структура навигационного сигнала

Во всех используемых на данный момент и планируемых сигналах СРНС используется двухуровневая фазовая манипуляция. Сигнал модулируется двоичными данными по фазе на π . Для модуляции используется произведение по модулю 2 двух бинарных последовательностей. Первая из них называется дальномерным кодом и предназначена для точного измерения задержки сигнала. Вторая — навигационное сообщение, передаваемое НС потребителю и содержащая информацию, необходимую для расчёта координат НС на требуемый момент времени и ряда других целей.

Математически структуру навигационного сигнала можно изобразить в виде:

$$s(t) = A \cdot G_{\text{ДК}}(t - \tau) G_{\text{НС}}(t - \tau) \cos(\omega_0 t + \omega t + \varphi), \quad (4)$$

где A — амплитуда сигнала, $G_{\text{ДК}}(t)$ — функция модуляции сигнала дальномерным кодом, $G_{\text{НС}}(t)$ — функция модуляции сигнала навигационным сообщением, ω_0 — номинальное значение частоты сигнала, ω — отклонение частоты сигнала от номинала, φ — начальная фаза.

Функция модуляции сигнала навигационным сообщением $G_{\text{НС}}(t)$ принимает значения ± 1 и может меняться в дискретные моменты времени. Данные моменты времени определяются темпом передачи навигационного сообщения. Для существующих открытых сигналов ГЛОНАСС и GPS длительность одного символа навигационного сообщения составляет 20 мс. При этом следует учесть, что в ГЛОНАСС данные дополни-

тельно умножаются на манчестерский код, то есть меандр с периодом 20 мс, то есть длительность элементарного символа составляет 10 мс. Тем не менее и в GPS C/A, и в ГЛОНАСС СТ скорость передачи навигационных данных составляет 50 бит/с.

Функция модуляции сигнала дальномерным кодом $G_{\text{ДК}}$ также принимает значения ± 1 . Однако темп смены значений этой функции гораздо выше. Одной из важных функций, выполняемых приёмником в процессе работы, является измерение задержки сигнала. Дальномерный код предназначен для повышения точности измерения задержки. В сигнале ГЛОНАСС СТ темп смены символов дальномерного кода составляет $1/511$ мс, то есть в 511×20 раз быстрее, чем смена символов навигационных данных. Умножив длительность символов на скорость света, получим, что длительность символа навигационных данных составляет $20 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^8 = 6 \cdot 10^6$ м. Длительность символа дальномерного кода равна $10^{-3}/511 \cdot 3 \cdot 10^8 = 587$ м. Таким образом, если задержка сигнала будет измерена с точностью до одного символа, это уже можно использовать для грубой оценки координат (в пределах километра), в то время, как измерение задержки с точностью до одного символа навигационных данных практически ничего не даст (точность определения координат будет порядка 10 тыс. км). Реально точность измерения задержки на два порядка лучше, чем длительность элементарного символа (чипа) дальномерного кода. В сигнале GPS C/A длительность символа дальномерного кода примерно в два раза короче — $1/1023$ мс.

Сама функция модуляции дальномерным кодом представляет собой псевдслучайную последовательность смены $+1$ и -1 , то эта функция детерминированная, но кажется, что закон изменения символов случаен.

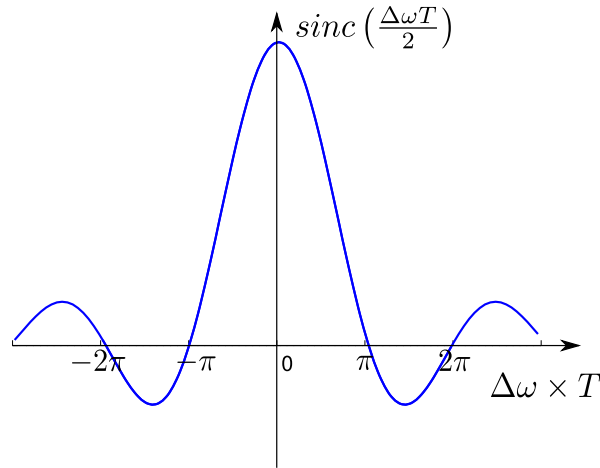


Рис. 2. Спектр навигационного сигнала

Важным свойством используемых дальномерных кодов является уравновешенность, то есть эти функции подбираются таким образом, чтобы число $+1$ и -1 было примерно одинаковым.

Итак, дальномерный код вводится в сигнал именно для повышения точности измерения задержки. Спектр навигационного сигнала практически полностью определяется спектром дальномерного кода. Дальномерный код - сменяющиеся символы со значением $+1$ и -1 . Амплитудный спектр дальномерного кода определяется видом элементарного символа. Как известно, спектр прямоугольного импульса, служащего элементарным символом кода, имеет вид $\sin(x)/x$:

$$\left| \dot{S}(f) \right| \sim T_{PN} \cdot \frac{\sin(2\pi f \cdot T_{PN})}{2\pi f \cdot T_{PN}},$$

где T_{PN} — длительность символа дальномерного кода.

Спектр, описываемый данной функцией, имеет главный и множество боковых лепестков (рис. 2). Нули функции соответствуют частотам $\pm k \cdot \frac{1}{T_{PN}}$. Дальномерный код состоит из множества следующих друг за другом символов с различными знаками в псевдослучайном порядке, поэтому спектр всего сигнала также псевдослучаен, но его огибающая со-

ответствует спектру одного импульса. Следует отметить только провал на центральной частоте сигнала — этот провал вызван свойством уравновешенности используемых дальномерных кодов. Множество импульсов с противоположными фазами, количество которых уравновешено, подавляют несущую. Таким образом навигационный сигнал — сигнал с подавленной несущей.

Обычно рассматривают полосу навигационного сигнала по нулям главного лепестка. *Ширина спектра* равна $\Delta F = 2\frac{1}{T_{PN}}$. Для сигнала ГЛОНАСС СТ ширина спектра составляет 1.022 МГц, для сигнала GPS С/А — 2.046 МГц. Существуют также военные сигналы с закрытыми кодовыми последовательностями, скорость следования символов которых в 10 раз больше. В результате военный сигнал ГЛОНАСС ПТ занимает полосу 10.22 МГц, военный сигнал GPS — 20.46 МГц. Более высокая символьная скорость позволяет более точно измерить задержку, а большая полоса — повышает помехоустойчивость системы.

ω_0 — номинальная несущая частота навигационного сигнала. Эта частота определена в интерфейсном контрольном документе. Для системы GPS несущая частота одинакова для всех сигналов и равна 1575.42 МГц. При этом спектры всех сигналов GPS накладываются друг на друга. Разделение сигналов происходит по разным дальномерным кодам, таким образом, в системе GPS используются сигналы с кодовым разделением. В отличие от GPS в системе ГЛОНАСС используется частотное разделение сигналов, и номинальные частоты сигналов имеют вид $1602 + n \cdot 511 \cdot \text{кГц}$, где n — номер несущей частоты (литеры). Основные лепестки спектров соседних сигналов ГЛОНАСС не перекрываются. В то же время дальномерные коды всех сигналов ГЛОНАСС одинаковы, таким образом, си-

система ГЛОНАСС использует частотное разделение сигналов. В этом заключается одно из основных различий между данными системами. За более чем 30 лет, прошедших с момента проектирования этих систем, оказалось, что кодовое разделение сигналов имеет определённые преимущества над частотным, поэтому в новых перспективных сигналах ГЛОНАСС, разрабатываемых в настоящее время, будут использоваться сигналы с кодовым разделением.

Фазовая манипуляция сигнала имеет также альтернативную форму записи:

$$s(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t + \omega t + \pi \cdot \theta_{\text{ДК}}(t - \tau) + \pi \cdot \theta_{\text{НС}}(t - \tau) + \varphi),$$

где функции $\theta_{\text{ДК}}(t)$ и $\theta_{\text{НС}}(t)$ принимают уже значения 0 или 1. Данная запись эквивалентна предыдущей, так как

$$\cos(\alpha + \pi) = -\cos(\alpha).$$

Другими параметрами сигнала являются амплитуда A , задержка сигнала τ , смещение частоты ω и начальная фаза ϕ . Обычно при приёме сигнала эти параметры неизвестны и подлежат оценке. По задержке сигнала определяются координаты потребителя, смещение частоты сигнала включает в себя доплеровское смещение частоты, используемое для оценки вектора скорости потребителя. Оценка фазы необходима для декодирования навигационного сообщения. Амплитуда сигнала сама по себе не интересна, однако оценивается для настройки алгоритмов обработки сигнала.

2.2 Шум наблюдений

Важным фактором для работы приёмника являются шумы наблюдений. Основным мешающим воздействием на входе приёмника является его собственный тепловой шум. Данный шум обычно рассматривается, как белый гауссовский. Этот шум вызывается движением электронов в проводниках. Каждое электронное устройство, входящее в приёмник, вносит свои шумы. Однако как будет показано позднее, наибольшее влияние вносят шумы антенны и входных каскадов приёмника.

2.3 Малошумящий усилитель

Следующий после антенны блок — обычно малошумящий усилитель (МШУ). Предназначение данного блока состоит в предварительном усилении сигнала и предварительной фильтрации. При этом, как следует из названия, малошумящий усилитель должен внести как можно меньше собственных шумов. Так как эта характеристика является очень важной, нужно остановиться на этом подробнее.

Как известно, при ненулевой температуре все вещества испускают шумовое радиоизлучение. Это излучение очень широкополосное, настолько, что обычно для анализа этого излучения используют абстракцию, называемую белым шумом. Белый шум — шум, спектральная плотность которого равномерна по частоте. Среднеквадратическое значение шумового напряжения некоторого сопротивления R в полосе ΔF может быть определено по формуле Найквиста:

$$\sigma_V = \sqrt{4k \cdot T \cdot \Delta F \frac{1}{R}}.$$

где $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ — постоянная Больцмана, T — температура в Кельвинах.

Пересчитывая данное выражение в мощность и нормируя на полосу, получим величину *спектральной плотности шума*:

$$N_0 = kT.$$

Данная величина не зависит от величины сопротивления, на котором выделяется. При $T = 300 \text{ K}$ данная величина составляет $N_0 = 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 = 4.14 \cdot 10^{-21} \text{ Вт/Гц}$. Величины с таким порядком использовать неудобно, поэтому обычно от данной величины берут десять десятичных логарифмов, а размерность результата называют дБВт/Гц — “децибел ватт на Гц”. Для данного случая получим -203 дБВт . Следует запомнить данную цифру, ибо это типовое значение спектральной плотности аддитивного шума наблюдений. На самом деле эта величина несколько варьируется от одного приёмника к другому. Как правило, при отсутствии сведений спектральную плотность полагают равной -200 дБВт/Гц . Для очень хороших малощумящих навигационных приёмников данная величина может составлять -210 дБВт/Гц .

Каждый последующий блок в приёмнике, вносит свои шумы. Однако большинство блоков усиливают сигнал, в результате чего их собственных шум оказывается “ослаблен” по сравнению с усиленным входным сигналом. Для того, чтобы охарактеризовать величину шума, вносимую некоторым блоком обработки сигнала, вводится коэффициент шума. Коэффициент шума — величина, показывающая, насколько уменьшилось отношение сигнал/шум в полосе сигнала на выходе по сравнению со вход-

ным отношением сигнал/шум:

$$K_{\text{ш}} = \frac{Q_{\text{ВЫХ}}}{Q_{\text{ВХ}}},$$

где $Q_{\text{ВЫХ}}$ и $Q_{\text{ВХ}}$ — отношение мощности сигнала к мощности шума в полосе сигнала на выходе и входе блока соответственно. Общий коэффициент шума приёмника, содержащего несколько последовательно включенных блоков обработки сигнала, определяется выражением:

$$K_{\text{ш}} = K_1 + \frac{K_2 - 1}{G_1} + \frac{K_3 - 1}{G_1 \cdot G_2} + \dots$$

Таким образом, шумовое влияние последующих каскадов ослабляется коэффициентом усиления предыдущих. Именно поэтому так важно иметь МШУ с минимальным уровнем собственных шумов и по возможности большим усилением. МШУ, как правило, встраивают в антенну, чтобы избежать потери мощности сигнала в кабеле. Чувствительность существующего приёмника можно улучшить, подключив к нему другую антенну с более хорошим МШУ.

Коэффициент шума также принято указывать в логарифмической шкале, то есть взяв десять десятичных логарифмов от величины коэффициента шума. Коэффициент шума для хорошего МШУ составляет порядка 1.5 дБ. Типовые МШУ, используемые в радионавигации, имеют коэффициент шума 2.5-4 дБ.

Пересчёт коэффициента шума в шумовую температуру может быть осуществлён по формуле

$$T_{\text{ш}} = T_0 (K_{\text{ш}} - 1),$$

где T_0 обычно принимают равной 290 К.

Важной характеристикой является отношение сигнал/шум. Однако в радионавигации введение данной характеристики затруднено тем, что шумы рассматриваются белые, имеющие неограниченную мощность, а излучение сигнала - непрерывное. Если в связи принято характеризовать данную величину отношением энергии сигнала к спектральной плотности шума $\frac{E_c}{N_0}$, то в радионавигации данная характеристика не получила широкого распространения. Да, можно выделить энергию символа навигационного сообщения и ввести подобную характеристику. Однако приём навигационного сообщения не является основной функцией навигационного приёмника, поэтому энергия одного бита навигационного сообщения не очень важна. Вместо этого общепринята характеристика в виде отношения мощности сигнала к спектральной плотности шума, имеющая размерность Герц:

$$q_{c/n_0} = \frac{P_c}{N_0}, \text{ Гц.}$$

Это размерная величина, не являющаяся в прямом смысле отношением сигнал/шум в классическом понимании. Впрочем, можно сказать, что это отношение сигнал/шум в полосе один герц — подобная характеристика также используется в задачах постановки помех.

В соответствии с интерфейсными контрольными документами мощность сигнала на входе антенны составляет порядка $10^{-15.5}$ Вт, или -155 дБВт. При уровне спектральной плотности аддитивного шума -200 дБВт/Гц, данная величина составляет:

$$q_{c/n_0} = \frac{P_c}{N_0} = \frac{10^{-15.5}}{10^{-20}} = 31623 \text{ Гц.}$$

В таком виде данную величину использовать неудобно, поэтому обычно также переходят к логарифмической шкале, а результат выражают в

единицах “децибел герц”:

$$10 \lg(q_{c/\tau_0}) = 10 \lg\left(\frac{P_c}{N_0}\right) = 10 \lg(P_c) - 10 \lg(N_0) = -155 - (-200) = 45 \text{ дБГц.}$$

Величина 45 дБГц считается типовым значением отношения мощности сигнала к спектральной плотности шума. Реально максимальное значение этого параметра, встречающееся на практике 55 дБГц.

При затенении неба деревьями, работе в помещениях по отражённому сигналу уровень сигнала может быть сильно ослаблен, поэтому в настоящее время очень большое внимание уделяется повышению чувствительности приёмников. Чувствительность обычно характеризуется мощностью сигналов на входе. Типовое значение чувствительности для современных на данный момент приёмников составляет -185 дБВт. Если считать спектральную плотность шума равной -200 дБВт/Гц, то отношение мощности сигнала к спектральной плотности шума составит 15 дБГц, что очень мало.

Есть и более чувствительные приёмники. Например, в приёмнике SiRFstarIV, для которого специфицирована чувствительность в слежении всего лишь -193 дБВт. Данный приёмник снабжён хорошим МШУ, коэффициент шума которого составляет 1.6 дБ. Пересчитаем коэффициент шума в шумовую температуру.

$$T_{\text{ш}} = T_0(K_{\text{ш}} - 1) = 290 \left(10^{1.3/10} - 1\right) \approx 133 \text{ К.}$$

Если пренебречь прочими источниками шумов (а они есть), то спектральная плотность шума будет равна:

$$N_0 = kT_{\text{ш}} = 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 133 = 1.84 \cdot 10^{-21} \text{ Вт/Гц } (-207 \text{ дБВт/Гц})$$

В этом случае отношение мощности сигнала к спектральной плотности шума должно составить $-193 - (-207) = 14$ дБГц. Таким образом, очень

высокая заявленная чувствительность приёмника SiRFstarIV в немалой степени обеспечивается высококачественным МШУ. На самом деле данный вопрос несколько сложнее, он будет рассмотрен в разделе [2.5](#).

2.4 Радиочастотный блок

Радиочастотный блок (английский термин front-end) - аналоговая часть НАП. Навигационные приёмники обычно строятся по супергетеродинной схеме, предполагающей перенос сигнала на низкую промежуточную частоту. Радиочастотный блок выполняет следующие функции:

- усиление сигнала;
- фильтрацию по соседним и комбинационным каналам приёма;
- перенос частоты сигнала.

Способов построения радиочастотного тракта навигационного приёмника очень много. Существуют варианты с различным количеством промежуточных частот. Выбор количества промежуточных частот их номиналов, полос пропускания называется планом частот и рассмотрен в лекции [3](#).

В качестве примера можно рассмотреть очень старую микросхему радиочастотного тракта Zarlink GP2010 (1997 год).

Это была одна из первых реализаций радиочастотного блока в одной микросхеме, до этого их собирали только на отдельных элементах. В данной микросхеме используется 3, а вместе с АЦП фактически 4 промежуточных частоты. Поступающий на вход сигнал GPS на несущей частоте 1575.42 МГц подвергается первому переносу частоты с гетеродинной ча-

стотой 1400 МГц, в результате чего первая промежуточная частота равна 175.42 МГц. После фильтрации на этой частоте осуществляется второй перенос с гетеродинной частотой 144 МГц, промежуточная частота равна 31.25 МГц. После ещё одной фильтрации осуществляется третий перенос по частоте с частотой гетеродина 24 МГц, в результате чего получается промежуточная частота 7.11 МГц. После этого осуществляется аналогово-цифровое преобразование сигнала с частотой дискретизации 5.71 МГц, и результирующее значение промежуточной частоты равно 1.405 МГц (подробнее про перенос частоты в АЦП см. лекцию 3).

Сейчас так не делают. Проблема в том, что на каждой стадии преобразования частоты сигнал собирает внутренние помехи, создаваемые, в основном, цифровой частью приёмника. Цифровой процессор работает на некоторой тактовой частоте. Сигналы цифрового блока близки к прямоугольным и содержат множество гармоник. Каждая из этих гармоник достаточно сильна по сравнению с навигационным сигналом. В результате, если какая-либо гармоника попадает в полосу приёмника на одной из промежуточных частот, отфильтровать её потом уже нельзя. Как результат, спектр может содержать паразитные гармоники. Например, для GP2010 промежуточная частота равна 1.405 МГц, частота дискретизации - 5.71 МГц. Полоса сигнала GPS - ± 1.023 МГц - от 0.382 МГц до 2.43 МГц. Фильтр промежуточной частоты настраивается так, чтобы пропускать эту полосу и отфильтровывать всё остальное. В идеальном случае спектр в этой области должен быть равномерным. Реально в GP2010 спектр содержит множество гармонических составляющих, мешающих приёму. В частности, данные составляющие не позволяют работать по слабым сигналам.

В связи с этим, в настоящее время используют меньшее количество промежуточных частот. Например, в микросхеме МАХ2745 есть всего одна промежуточная частота. В настоящее время существует направление дискретизации сигнала прямо на несущей частоте. В этом случае перенос частоты совмещается с дискретизацией. Однако такой подход требует высококачественных фильтров и АЦП с коротким временем взятия отсчёта, поэтому не нашёл широкого распространения.

Радиочастотный блок совмещённого приёмника также можно строить различными способами. Диапазоны GPS и ГЛОНАСС расположены близко друг от друга - 1575.42 МГц и 1602 МГц. Разница центральных частот составляет 27 МГц, разница крайних частот диапазонов - 34 МГц. Можно, конечно, сразу весь этот диапазон переносить на низкую частоту, подвергать дискретизации и обрабатывать вместе. Но это потребует минимальной частоты дискретизации 70 МГц, что очень много. В то же время между диапазонами ГЛОНАСС и GPS существует промежуток — от 1576 МГц до 1598 МГц — 22 МГц. По этому 44 МГц частоты дискретизации при таком подходе не будут использоваться. В то же время энергопотребление блока цифровой обработки существенно зависит от частоты обработки. Поэтому обычно сигналы GPS и ГЛОНАСС обрабатываются отдельно. Первая стадия переноса частоты может быть общей, а дальше диапазоны разделяются и переносятся отдельно на разные промежуточные частоты.

2.5 Связь мощности сигнала и отношения мощности сигнала к спектральной плотности шума

Одна из основных характеристик навигационного приёмника — чувствительность. Чувствительность принято характеризовать для разных режимов работы. Режимов работы существует много и состав цифр по чувствительности может варьироваться от производителя к производителю. Но, как правило, указывается как минимум две цифры — чувствительность в режиме холодного старта и чувствительность в режиме слежения. В любом случае в качестве чувствительности всегда указывается минимальная мощность сигнала на входе приёмника, при котором остаётся работоспособным соответствующий режим.

На деле данный показатель не описывает всей полноты картины. С точки зрения алгоритмов обработки важно не абсолютное значение мощности сигнала, а отношение сигнал/шум, которое в радионавигации принято описывать отношением мощности сигнала к спектральной плотности шума. Связь данной величины с мощностью входного сигнала не является однозначной. Отношение сигнал/шум зависит не только от мощности сигнала, но и от интенсивности шума. Спектральная плотность шумов может отличаться в зависимости от условий испытания приёмника.

В окружающем нас мире шумы излучает всё, что окружает нас во круг — сам навигационный приёмник, Земля, здания, атмосфера, Солнце. Есть даже реликтовое излучение — шум, существующий во Вселенной с момента Большого взрыва.

Рассмотрим выражение для расчёта коэффициента шума самого приёмника. Это устройство, состоящее из последовательно соединённых кас-

кадов, общий коэффициент шума которых описывается выражением:

$$K_{\text{Ш,прм}} = K_{\text{Ш,1}} + \frac{K_{\text{Ш,2}} - 1}{G_1} + \frac{K_{\text{Ш,3}} - 1}{G_1 \cdot G_2} + \dots$$

Шумовая температура может быть выражена через коэффициент шума с использованием выражения:

$$T_{\text{Ш,прм}} = T_0 (K_{\text{Ш,прм}} - 1),$$

где $T_0 = 290$ К — общепринятая температура, при которой проводятся испытания. Результирующая шумовая температура самого приёмника равна:

$$T_{\text{Ш,прм}} = T_0 (K_{\text{Ш,1}} - 1) + T_0 \frac{K_{\text{Ш,2}} - 1}{G_1} + T_0 \frac{K_{\text{Ш,3}} - 1}{G_1 \cdot G_2} + \dots$$

Кроме шумов самого приёмника существуют также шумы, поступающие на его вход. Если рассматривается приём сигналов на открытом пространстве, это шумы Земли, атмосферы, Солнца. Если рассматривается приём сигнала внутри помещений, то существенная доля шумов вносится самим помещением. Если на вход приёмника поступает сигнал с симулятора сигналов, то это будут шумы симулятора. Общая шумовая температура равна сумме шумовой температуры внешних шумов и шумовой температуры собственных шумов приёмника:

$$T_{\text{Ш,}\Sigma} = T_A + T_{\text{Ш,прм}} = T_A + T_0 (K_{\text{Ш,прм}} - 1),$$

где T_A — шумы, поступающие приёмник на антенный вход. При работе по реальному сигналу они включают все шумы, поступающие на антенну извне. При работе от симулятора это шумы самого симулятора.

Спектральная плотность шумов наблюдений определяется выражением:

$$N_0 = k \cdot T_{\text{Ш,}\Sigma},$$

где $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана.

С точки зрения алгоритмов обработки сигнала не имеет значения источник формирования шумов — будут это собственные тепловые шумы приёмника, шумы окружающего пространства или шумы симулятора сигнала. Чувствительность в терминах отношения мощности сигнала к спектральной плотности шума в любом случае неизменна. А вот спектральная плотность шумов наблюдения зависит от условий испытания. Таким образом, даже один и тот же приёмник с известным коэффициентом шума в разных условиях испытания будет обладать разной чувствительностью, как минимальной мощности принимаемого сигнала, при которой приёмник сохраняет работоспособность.

Рассмотрим пример. Допустим, алгоритм слежения за сигналом работоспособен вплоть до отношения мощности сигнала к спектральной плотности шума 10 дБГц. Коэффициент шума приёмного тракта составляет 1.5 дБ, антенна находится в открытом пространстве. В этом случае шумовая температура внешних шумов полагается равной 100...130 К. Возьмём для определённости величину 100 К. Общая шумовая температура будет равна

$$T_{\text{ш,}\Sigma} = T_A + T_0 (K_{\text{ш,прм}} - 1) = 100 + 290 (10^{1.5/10} - 1) = 100 + 120 = 220 \text{ К.}$$

Таким образом, спектральная плотность шумов наблюдений составит $N_0 = k \cdot T_{\text{ш,}\Sigma} \rightarrow -204.8$ дБВт/Гц. В этом случае чувствительность приёмника будет равна:

$$P_{\text{min,дБ}} = q_{c/n_0,\text{дБГц}} - N_{0,\text{дБГц}} = 10 - (-204.8) = -194.5 \text{ дБВт.}$$

Рассмотрим теперь тот же самый приёмник, но подключим вместо антенны на вход симулятор сигналов. Симулятор имеет на выходе ат-

тенноатор сигнала, который имеет шумовую температуру окружающей среды: 290 К. В этом случае общая шумовая температура будет равна:

$$T_{\text{ш,}\Sigma} = T_{\text{сим}} + T_0 (K_{\text{ш,прм}} - 1) = 290 + 290 (10^{1.5/10} - 1) = 290 + 120 = 410 \text{ К.}$$

Соответствующая спектральная плотность шума — $N_0 = k \cdot T_{\text{ш,}\Sigma} \rightarrow -202.5$ дБВт/Гц. Чувствительность приёмника в этом случае равна:

$$P_{\text{min,дБ}} = q_{c/n_0, \text{дБГц}} - N_{0, \text{дБГц}} = 10 - (-202.5) = -192.5 \text{ дБВт.}$$

Таким образом, чувствительность приёмника изменилась на 2 дБ. За счёт чего? За счёт шумов, внесённых симулятором.

Лекция 3 АЦП, частотный план

3.1 Аналогово-цифровое преобразование

Все приёмники СРНС основную обработку сигналов осуществляют в цифровом виде. Для этого после радиочастотного блока (front-end) осуществляется аналогово-цифровое преобразование. С теоретической точки зрения аналогово-цифровое преобразование подразумевает выполнение двух операций: дискретизации по времени и квантование по уровню.

3.1.1 Дискретизация

Рассмотрим процесс дискретизации по времени. Данный процесс осуществляет перевод сигнала из непрерывного во времени в дискретный. При этом амплитудные значения сигнала остаются непрерывными. Сигнал в непрерывной области по времени будем обозначать $s(t)$, а в дискретной — s_k . Для описания процесса временной дискретизации обычно

приводят структурную схему, содержащую перемножение входного сигнала на решётчатую функцию и последующее интегрирование со сбросом на каждом шаге. Решётчатая функция — идеализация, представляющая собой периодическую последовательность дельта-функций:

$$r(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \delta(t - i \cdot \Delta t),$$

где $\delta(t)$ — дельта-функция, Δt — шаг дискретизации. Как известно из свойств дельта-функции,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot \delta(x - x_0) dx = f(x_0).$$

Таким образом, идеальный процесс дискретизации представляет собой взятие мгновенных значений дискретизируемой функции.

Помимо временной области, очень важно представлять себе, что представляет собой этот процесс в частотной области. Каков спектр решётчатой функции? Функция периодичная, рассчитаем ряд Фурье:

$$R_n = \frac{1}{dt} \int_{-dt/2}^{+dt/2} \delta(t) \cdot e^{-i2\pi nt/dt} dt = \frac{1}{dt}$$

Переходя от дискретного спектра периодичной функции к спектральной плотности, получим:

$$R(\omega) = \frac{2\pi}{dt} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - 2\pi n/dt)$$

Таким образом, спектр решётчатой функции состоит из множества гармоник с шагом $\frac{1}{\Delta t}$, то есть это тоже решётчатая функция.

Процесс дискретизации, как говорилось ранее, представляет собой перемножение сигнала на решётчатую функцию во временной области. В частотной области произведение сигналов превращается в свёртку этих

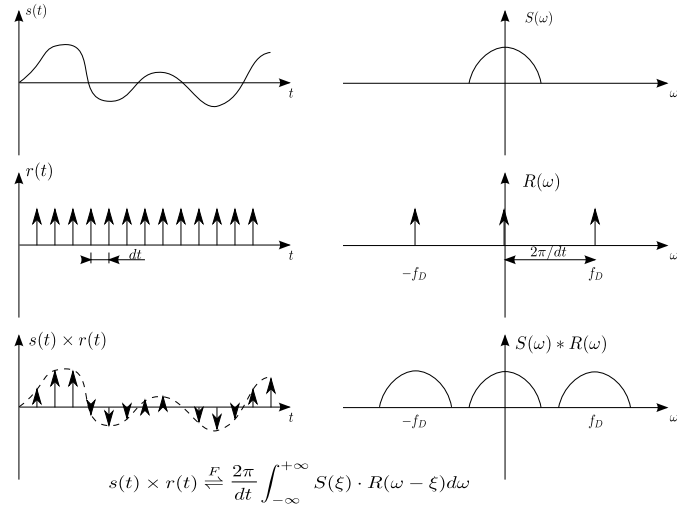


Рис. 3. Процесс дискретизации

сигналов. Если есть два сигнала, определённых во временной области функциями $x(t)$ и $y(t)$, а их спектры — $X(\omega)$ и $Y(\omega)$, то:

$$x(t) \times y(t) \stackrel{F}{\rightleftharpoons} \frac{2\pi}{dt} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\xi) \cdot Y(\omega - \xi) d\omega$$

Если в качестве сигнала $x(t)$ будет одна из гармоник решётчатой функции, а $y(t)$ — подвергаемый дискретизации сигнал, то в соответствии с данной формулой спектр их произведения примет вид:

$$\tilde{S}_n(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2\pi}{dt} \delta(\xi - 2\pi n/dt) \cdot S(\omega - \xi) d\xi = S(\omega - 2\pi n/dt).$$

В данном выражении $S(\omega)$ — спектр сигнала, подвергаемого дискретизации, $\tilde{S}_n(\omega)$ — спектр сигнала, перенесённого по частоте при умножении на одну из гармоник решётчатой функции (с номером n). Таким образом, происходит процесс, сходный с гетеродинированием сигнала, только здесь множество гетеродинных частот с равномерным шагом. И сигнал переносится на каждую из этих частот. В результате получается периодичный спектр дискретного сигнала. Запишем полный спектр дискрет-

ного сигнала:

$$\tilde{S}(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tilde{S}_n(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} S(\omega - 2\pi n/dt).$$

Важным обстоятельством является то, что спектр дискретного сигнала периодичен. Периодом данного спектра является $\Delta\omega = \frac{2\pi}{dt}$, то есть частота дискретизации.

Теперь несколько слов о теореме Котельникова. Как вы помните, данная теорема гласит, что если есть непрерывный сигнал, спектр которого ограничен некоторой частотой $f_{\text{верх}}$, то данный сигнал может быть без потерь передан дискретным сигналом с частотой дискретизации не ниже $f_{\text{д}} = 2f_{\text{верх}}$. Здесь нужно сделать ряд замечаний.

Во-первых, реальные сигналы обычно ограничены во времени, а у таких сигналов спектр не может быть ограничен верхней частотой — “хвост” спектра будет простирается до бесконечности. В реальности при выборе частоты дискретизации задаются некоторым уровнем спектра, который считают малым, и “хвостом” спектра, который по уровню ниже этой величины, просто пренебрегают.

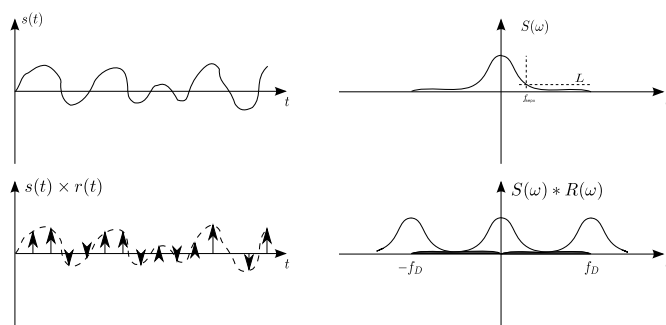


Рис. 4. Наложение спектров при дискретизации

Во-вторых, процесс, подвергаемый дискретизации, не обязательно должен быть низкочастотным. Это может быть и процесс с ограниченной

полосой, тогда частоту дискретизации следует выбирать исходя из полосы сигнала. При этом спектр входного сигнала переносится на каждую из гармоник решётчатой функции — получается преобразование частоты, что часто используется в реальной аппаратуре. В качестве примера

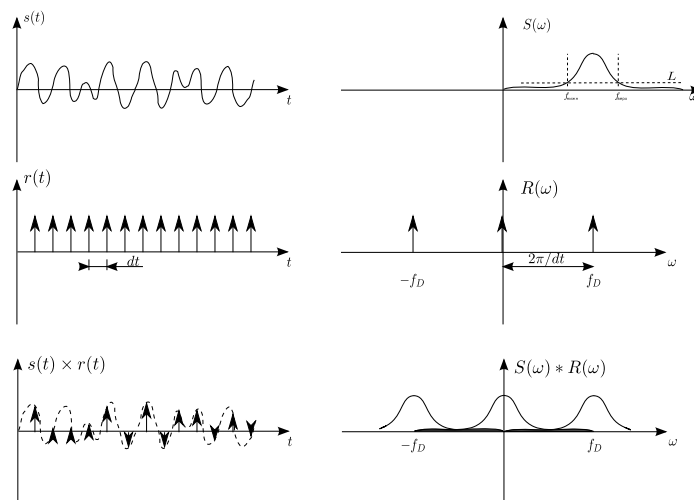


Рис. 5. Дискретизация пороцесса с ограниченной полосой.

можно указать, например, микросхему GP2010, у которой номинальное значение последней промежуточной частоты составляет 4.309 МГц. При этом частота дискретизации равна $40/7=5.71$ МГц, таким образом, промежуточная частота больше, чем половина частоты дискретизации. Но главное — перед дискретизацией проводится фильтрация сигнала полосовым фильтром, а в процессе дискретизации осуществляется последнее преобразование частоты до значения $5.71-4.309 = 1.405$ МГц.

Есть ещё третье соображение по поводу выбора частоты дискретизации. В системе GPS все частоты — несущие частоты сигналов и тактовые частоты модуляции кратны одной базовой частоте — 1.023 МГц. В связи с этим, два принципиально разных подхода к выбору частоты дискретизации.

Один подход предполагает, чтобы частота дискретизации ни в каком случае не была кратна тактовой частоте 1.023 МГц. Причина этому следующая. Алгоритм слежения за сигналом осуществляет слежение за сигналом, для чего в корреляторе формируется опорный сигнал, по параметрам максимально согласованный со входящим, для чего следящие системы приёмника подстраивают его параметры — частоту, фазу и задержку. При этом измерения параметров осуществляются как раз путём замеров их для опорного сигнала. В частности, именно так определяется задержка сигнала. Если частота дискретизации кратна частоте следования символов дальномерного кода (а она в GPS равна 1.023 МГц), то шаг перестройки по задержке может оказаться слишком грубым и точность системы будет низкой. Например, если на один символ дальномерного кода приходится ровно 16 отсчётов частоты дискретизации, а длительность символа в GPS составляет около 300 м, то дискрет по задержке окажется равным 18.7 м. Естественно, подобный шаг дискретизации по задержке слишком грубый для измерений. Поэтому частоту дискретизации выбирают некратной частоте следования символов, при этом дальномерный код растягивается на некратное число отсчётов дискретизации, что позволяет “усреднить” крупный шаг перестройки по задержке и избежать появления систематических ошибок. Именно поэтому часто в литературе можно встретить рекомендации выбирать частоту дискретизации некратной частоте следования символов.

Однако в реальной аппаратуре, особенно в последние годы, более распространён другой подход — выбирать частоту дискретизации строго кратной частоте 1.023 МГц. Наиболее типичная частота — $16 \times 1.023 = 16.368$ МГц. Это значение стало фактическим стандартом. Как же такие

приёмники обеспечивают требуемую точность? Реально есть ряд факторов. Во-первых, уровень сигнала существенно ниже уровня шума — следящие системы работают по шумам, при этом осуществляется сглаживание грубого шага перестройки по задержке, он нивелируется. Во-вторых, управление кодом осуществляется, как правило, не по задержке, а по скорости кода — для этого в корреляторе ставится синтезатор произвольной символьной частоты. Этот синтезатор “растягивает” и “сжимает” ПСП в процессе работы под воздействием шумов и количество отсчётов на символ не оказывается целым. Именно этот подход сейчас наиболее распространён. Пример — всё те же микросхемы фирмы SiRF работают на частотах 16.368 МГц. Как противоположность — микросхема GP2010 с частотой дискретизации 5.71 МГц, образованной, как $40 \text{ МГц}/7$. Эта микросхема старая. Но и сейчас есть “сомневающиеся”, для которых выпускаются специальные генераторы со смещёнными частотами, например, 16.366 МГц.

Реальные АЦП не позволяют оцифровывать полосовой сигнал на сколь угодно высокой частоте. Полоса входного тракта АЦП ограничена.

3.1.2 Квантование

Дискретизация по времени — это ещё не аналогово-цифровое преобразование. Есть ещё квантование по уровню. Оно также осуществляется в АП СРНС. Квантование можно представить, как пропускание сигнала через нелинейную функцию. Данная функция выглядит в виде “лесенки”.

Особенность приёмников СРНС заключается в том, что как правило используется очень маленькое количество разрядов квантования. Ти-

пичные значения — 1 или 2, иногда — 3. Большее количество уровней применяется редко, в основном, в задачах, связанных с повышенной помехоустойчивостью приёмника.

Как же аппаратура может работать при таком маленьком числе уровней квантования? Рассмотрим реальные отношения сигнал/шум. На вход АЦП поступает смесь сигнала с шумом, пропущенная через полосовой фильтр. Полоса данного фильтра согласованна с полосой сигнала, значит, для GPS может составлять порядка 2 МГц. Реально делают больше, но сейчас речь не об этом. Спектральная плотность шумов, приведённая ко входу приёмника, составляет -200 дБВт/Гц. Мощность шумов в полосе фильтра УПЧ будет равна -137 дБВт. Как это посчитано? 10 логарифмов от 2 МГц — $60+3$ дБ. $-200 + 63 = -137$ дБ. При этом номинальный уровень сигнала на входе приёмника равен -155 дБВт. Как результат, отношение сигнал/шум в полосе фильтра УПЧ составляет $-155 - (-137) = -18$ дБ. Реально это означает, что шум практически в 100 раз мощнее сигнала. Разница по амплитуде составит 10 раз. Если изобразить это в масштабе на графике, то понятно, что сигнала под шумом визуально даже не видно.

Вот в таких условиях работает навигационный приёмник. И эту смесь сигнала с шумом подвергают квантованию, часто даже бинарному квантованию — то есть выделению знака и отбрасыванию модуля. На выходе практически меандр! А приёмник работает.

Использование малой разрядности как раз возможно благодаря тому, что сигнал существенно слабее, чем шум. Приёмник при приёме сигнала осуществляет усреднение на большом временном интервале времени. При этом шум линеаризует характеристику квантования.

Это можно пояснить наглядно на следующем примере. Допустим, у нас на входе некоторого измерительного устройства есть одноразрядный АЦП — выделяется знак числа. А необходимо измерить постоянное напряжение. Понятно, что напрямую можно измерить только знак этого напряжения. А теперь добавим к измеряемому напряжению специальный сигнал в виде линейно растущего напряжения, а результат квантования после АЦП усредним. Понятно, что часть времени на выходе АЦП будет отрицательный знак, а часть — положительный. При этом длительность отрезка с отрицательным знаком будет пропорциональна смещению — измеряемому напряжению. В процессе усреднения получим среднее значение, пропорциональное входному напряжению. В реальной системе роль этого дополнительного сигнала играет шум наблюдений.

Однако малое количество разрядов квантования проходит не даром. К счастью, цена этого невелика. Если квантование 1-разрядное, то это эквивалентно снижению входного отношения мощности сигнала к спектральной плотности шума на 3 дБ. То есть если реально на входе 45 дБ-Гц, то при введении такого квантования можно считать, что на входе 42 дБГц. И всё, в остальном поступать, как обычно. Если квантование 2-разрядное, то потери составляют 0.8 дБ, если трёхразрядное — то 0.5 дБ. Эти потери невелики, зато экономия вычислительных ресурсов очень большая, поэтому как правило ограничиваются 1-2 разрядами.

Единственная область, где на самом деле нужно много разрядов АЦП — помехоустойчивые приёмники. Если на входе приёмника есть сильная нешумовая помеха, отношение мощности которой к шуму превышает единицу, то данная помеха не даёт шуму линеаризовать характеристику АЦП и сигнал подавляется — процесс на выходе АЦП определяется в

основном помехой. В реальной помехоустойчивой аппаратуре используются АЦП 8, 10 и 12 разрядов.

3.2 План частот АП СРНС

Под планом частот АП понимается выбор соотношений частот и диапазонов процессов в приёмнике — номинальные частоты гетеродинов, частоты сигналов, частота дискретизации и полосы для сигналов на каждой из промежуточной частот. Тщательный выбор частотного плана очень важен, так как в случае неудачи возможны проблемы — попадание в диапазон сигнала внутренних помех приёмника, зеркальные каналы приёма и прочие неприятности.

Рассмотрим в качестве примера всё тот же чип GP2010 (как не надо делать). В данной микросхеме 3 преобразования частоты, и есть четвёртое преобразование, совмещённое с дискретизацией. Номинальная частота входного сигнала составляет 1575.42 МГц. Полоса сигнала отстоит в каждую сторону на 1.023 МГц.

Частота опорного генератора выбрана равной 10 МГц. Частота первого гетеродина равна 1400 МГц и образуется путём умножения частоты опорного генератора на 140. Таким образом, образуется зеркальный канал приёма на частоте 1224.6 МГц. Этот диапазон должен быть отфильтрован входным фильтром радиочастоты. В качестве фильтра обычно используют фильтр ПАВ. Первая промежуточная частота равна 175.42 МГц. Частота второго гетеродина равна 140 МГц и кратна частоте первого гетеродина и получается из неё делением в две стадии — на 5 и на 2. Частота зеркального канала — 104.58 МГц. Для его подавления ставится второй фильтр. Вторая промежуточная частота — 35.42 МГц.

Частота третьего гетеродина — 31.11 МГц и образуется путём деления частоты 1400 МГц на 45 (на 5 и на 9). Частота зеркального канала — 26.802 МГц. В результате третья промежуточная частота — 4.309 МГц. Частота дискретизации равна $5.71 \text{ МГц} = 40 \text{ МГц}/7$. Данная частота получается делением частоты 1400 МГц на 245 (на 7, потом на 5, потом ещё на 7). При дискретизации происходит последний перенос по частоте на 1.405 МГц.

Как видно, в данном приёмнике есть куча различных частот и диапазонов. При этом нужно, чтобы все частоты формировались из опорной частоты путём дробного преобразования — умножений и делений. Хуже того, цифровая часть приёмника формирует большое количество очень мощных гармоник, кратных, как правило, частоте работы цифрового процессора. Нужно следить, чтобы эти гармоники не попали в какой-нибудь из диапазонов промежуточных частот. На каждом из преобразований по частоте нужно ставить фильтры для подавления комбинационных каналов приёма.

Как результат, схема получается сложная, а работает эта микросхема плохо, спектр на выходе насыщен гармоническими помехами. При этом потребление составляет 200 мВт.

Сейчас так не делают. В качестве примера приведу современную микросхему MAX2769 (<http://www.maxim-ic.com>). Данная микросхема содержит всего одно преобразование частоты, квадратурное. Квадратурный перенос частоты позволяет избежать появления зеркальных каналов приёма и, как этот результат, для данной микросхемы не нужны внешние фильтры — вся схема обвязки содержит всего несколько конденсаторов.

Как это работает. Входной сигнал — косинус — можно представить в

виде суммы двух экспонент с положительной и отрицательной частотой:

$$\cos(\omega_0 t) = \frac{\exp\{i\omega_0 t\} + \exp\{-i\omega_0 t\}}{2}$$

В квадратурном смесителе опорный сигнал — комплексный:

$$\exp\{i\omega_i t\}$$

В результате их перемножения весь спектр входного сигнала просто смещается по частоте — и положительная, и отрицательная частоты. При этом положительная частота может быть перенесена на низкую частоту, например, на 4.092 МГц. Для этого опорная частота выбирается равной 1571.3 МГц. Отрицательная частота переносится с -1575.42 МГц на -3146.7 МГц и дальше роли уже не играет. Для дальнейшей фильтрации уже на низкой частоте используется АРС-фильтр внутри микросхемы. Вот и весь радиочастотный блок. При этом качество приёма сигнала гораздо больше, чем у GP2010, а энергопотребление в 10 раз ниже — 20 мВт!

Как это стало возможным? Раньше этого не знали? Нет, этот метод известен уже много десятков лет. Дело в технологии, раньше невозможно было реализовать квадратурный смеситель с требуемым качеством. Дело в том, что это на структурной схеме есть идеальные опорные сигналы и идеальный смеситель. Реально квадратурный опорный сигнал имеет расквадратурирование, то есть косинус и синус по фазе отличаются не на 90° . Реальный смеситель также не является идеальным перемножителем. Совершенствование технологии позволило достичь очень низкого уровня расквадратурирования опорных сигналов, и это главное в этой микросхеме. Второе — совершенство комплексного смесителя. Всё это достигнуто совершенством технологии производства и на дискретных элементах по-

вторить это невозможно.

3.3 Синтезатор частот

Как говорилось на предыдущей лекции, большинство приёмников СРНС строятся по супергетеродинной схеме. Кроме того, они содержат аналогово-цифровые преобразователи. АЦП, как и гетеродины, требуют формирования сетки опорных частот. Единственно правильным подходом к проектированию АП является формирование всей сетки частот от одного опорного генератора.

Для формирования различных частот от одной опорной частоты используются синтезаторы частот. Существует множество методов синтеза частот. Наибольшее распространение получил метод с использованием системы фазовой автоподстройки. Типовой синтезатор частот на основе ФАП содержит основные блоки:

- делитель частоты входного генератора;
- частотно-фазовый дискриминатор (ЧФД);
- сглаживающий фильтр;
- генератор, управляемый напряжением (ГУН);
- делитель частоты ГУН.

Частота сигнала входного генератора $f_{\text{ОГ}}$ делится в делителе на коэффициент M . Для деления частоты используются обычные цифровые счётчики — в каждом более старшем разряде счётчика частота делится на 2. Частота с выхода ГУН $f_{\text{ГУН}}$ делится на коэффициент N . Система фазовой автоподстройки подстраивает частоту ГУН таким образом, чтобы

частоты и фазы на выходе делителей совпадали. Таким образом, в режиме захвата ФАП выполняется условие:

$$\frac{f_{\text{ог}}}{M} = \frac{f_{\text{гун}}}{N} = f_{\text{ср}},$$

где $f_{\text{ср}}$ — частота сравнения. Частота на выходе ГУН равна:

$$f_{\text{гун}} = f_{\text{ог}} \cdot \frac{N}{M}$$

Изменяя коэффициенты деления N и M можно изменять частоту формируемого сигнала. Если изменять только коэффициент N , то получится равномерный шаг перестройки по частоте, равный частоте сравнения. Для изменения шага перестройки нужно менять коэффициент M , то есть изменять частоту сравнения.

Существенным вопросом являются фазовые шумы опорного генератора. Система фазовой автоподстройки поддерживает равенство не только частот, но и фаз на выходе делителей. Поэтому и фаза колебания на выходе ГУН пропорциональна фазе опорного генератора. Стабильность фазы опорного генератора обеспечивает стабильность фазы формируемого сигнала. Но это условие выполняется только в пределах полосы ФАП, определяемой полосой сглаживающей цепи. За пределами этой полосы ФАП не осуществляет синхронизацию фаз и фазовые шумы определяются фазовыми шумами ГУН. Полоса системы ФАП синтезатора частот составляет порядка 1 кГц.

Для того, чтобы охарактеризовать нестабильность частоты генератора, существует множество взаимосвязанных показателей. Реальное гармоническое колебание может быть выражено следующим образом:

$$s(t) = A \cdot (1 + a(t)) \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi(t)),$$

где $a(t)$ — амплитудная модуляция сигнала, $\varphi(t)$ — фазовая модуляция сигнала. Амплитудными шумами обычно пренебрегают, потому что с ними легко бороться путём усиления-ограничения. $\varphi(t)$ определяет фазовые шумы, которые могут быть представлены и как частотные, между ними интегральная связь:

$$\varphi(t) = \int_{-\infty}^t \Delta\nu(\xi) d\xi.$$

Часто в качестве характеристики нестабильности частоты вводят относительную нестабильность частоты:

$$\delta f = \frac{\Delta\nu}{\omega_0}.$$

Нестабильность частоты включает в себя как медленные уходы частоты — “дрейфы”, так и случайные уходы. Есть различные показатели случайных уходов частоты, наиболее часто применяемый из которых — вариация Аллана, характеризующая среднеквадратическое значение относительного ухода частоты за некоторое время, причём время усреднения обязательно должно указываться вместе с самой величиной вариации Аллана. Для простых часовых генераторов данное значение достаточно велико — единицы ppm (parts per million), т.е. 10^{-6} . Для высокостабильных термостатированных и термокомпенсированных генераторов данная величина может составлять порядка 10^{-8} .

Лекция 4 Коррелятор

4.1 Теоретические предпосылки использования корреляционной обработки

В соответствии с теорией оптимальной фильтрации при наблюдении сигнала на фоне аддитивного белого гауссовского шума оптимальным является приёмное устройство, осуществляющее накопление корреляционного интеграла

$$I = \int_0^T y(t) \cdot s_{\text{опорн}}(t) dt.$$

Именно эту функцию и выполняет, в первом приближении, коррелятор.

Вспомним структуру навигационного сигнала

$$s(t) = AG_{\text{ДК}}(t - \tau) \cos((\omega_0 + \omega_{\text{доп}})t + \varphi + \pi \cdot \theta_{\text{НС}}(t - \tau)).$$

Неизвестными параметрами сигнала являются амплитуда A , задержка τ , смещение частоты $\omega_{\text{доп}}$ и фаза φ .

Итак, коррелятор осуществляет перемножение входного наблюдения на опорный сигнал и интегрирование результата. Для осуществления этой операции нужно сформировать опорный сигнал. Процессы на выходе коррелятора используются для построения следящих систем и приёма навигационного сообщения. Для дискриминаторов следящих систем необходимы отсчёты на выходе коррелятора, опорный сигнал которого несколько расстроен относительно оценочного значения. Таким образом, в одном канале слежения делается несколько корреляторов с отличающимися опорными сигналами. Обобщённая структура коррелятора изображена на рис. 6. Коррелятор включает в себя несколько идентичных

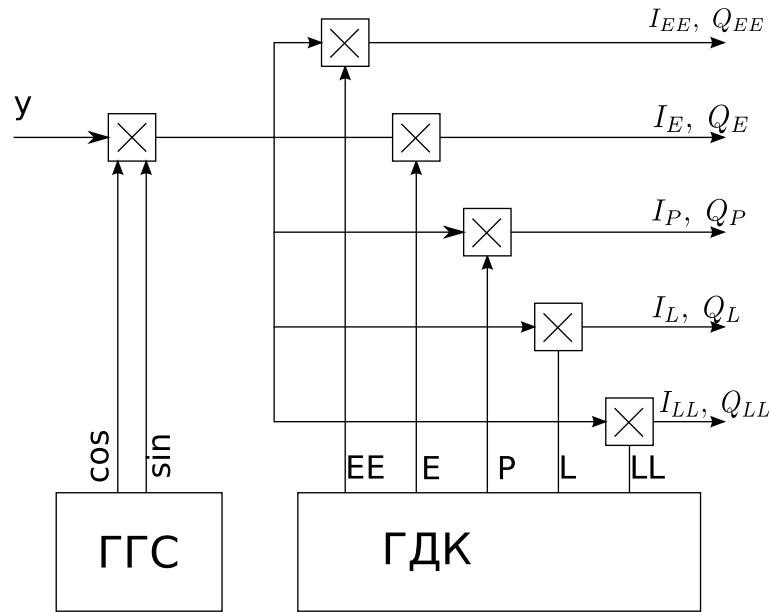


Рис. 6. Обобщённая структура коррелятора

каналов для слежения за различными навигационными сигналами. Каждый канал содержит в себе несколько подканалов, в каждом из которых вычисляется корреляционный интеграл при разных опорных сигналах.

Какие опорные сигналы используются в корреляторе? Для слежения за фазой или частотой сигнала требуется квадратурный коррелятор, содержащий два подканала. В каждом из этих подканалов дальномерный код опорного сигнала подстраивается по задержке близким к исходному. Частота опорной несущей подстраивается равной частоте входного сигнала. Отличаются два подканала фазой. В одном из них фаза поддерживается равной фазе входного сигнала, этот канал называется синфазным и обычно обозначается символом I_k . Опорная несущая частота во втором подканале сдвигается на 90^0 , или вместо косинуса при её формировании используется синус. Данный подканал называется квадратурным и обозначается символом Q_i . Вместе они необходимы для построения фазового или частотного дискриминатора, нечувствительного к двухуровневой

фазовой манипуляции входного сигнала. Оба подканала вместе образуют центральный (prompt) квадратурный канал коррелятора.

Для слежения за задержкой необходимы дополнительные каналы, отличающиеся от I_k и Q_k отстройкой дальномерного кода по задержке. Каналы, в которых дальномерный код опережает дальномерный код в центральном канале, называются опережающими (early) и обозначаются $I_{E,k}$ и $Q_{E,k}$. Каналы, в которых дальномерный код формируется с задержкой по отношению к центральному, называются запаздывающими (late) и обозначаются $I_{L,k}$ и $Q_{L,k}$. Таким образом, стандартный набор корреляторов в канале содержит 6 корреляторов — по два для трёх значений задержки опорного дальномерного кода.

Количество корреляторов в одном канале может отличаться от 6. Иногда в целях экономии ресурсов делают сокращённую версию, содержащую меньшее количество каналов, например три - $I_{E,k}$, $Q_{E,k}$, $I_{L,k}$. Таким образом, ценой некоторого снижения характеристик систем слежения, предназначенный для работы с таким набором корреляторов, можно вдвое сократить затраты на аппаратную реализацию коррелятора. В последнее время, наоборот, стали появляться более сложные корреляторы, содержащие более трёх вариантов отводов по задержке. Это делается для приёма сигналов со сложными видами модуляции, предполагающимися к внедрению в новых сигналов модернизируемых систем навигации, а также для борьбы с многолучёвым распространением сигналов.

Таким образом, каждый канал коррелятора представляет собой довольно сложную структуру, содержащую блоки формирования квадратурного опорного несущего колебания, формирования опорного дальномерного кода с тремя вариантами задержки, накапливающие сумматоры

со сбросом и схему управления.

4.2 Блок формирования опорного гармонического колебания

Для формирования опорного гармонического колебания обычно используется табличный метод. Как правило, разрядность формируемого косинуса (синуса) невелика — 1, 2, 3 или 4 разряда. Благодаря этому объём требуемой таблицы косинуса невелик.

Блок должен формировать квадратурное опорное колебание, управляемое по фазе и частоте. Часто управление осуществляется только по частоте, т.к. управлять генератором по фазе оказывается достаточно сложно.

Основу генератора синусоидального сигнала составляет накапливающий сумматор. На каждом такте опорной частоты (равной частоте дискретизации входного сигнала) к величине, сохранённой в накапливающем сумматоре добавляется некоторое число, называемое кодом частоты. Именно это число определяет частоту формируемого сигнала. Старшие разряды накапливающего сумматора подаются на таблицу косинуса (синуса) и формируют сигнал. В таблице заложен один период формируемого колебания. Накапливающий сумматор имеет ограниченную разрядность, обычно лежащую в пределах 26-32 разряда и время от времени переполняется. Код частоты выбирается таким образом, чтобы частота переполнений накапливающего сумматора была равной требуемой частоте колебания. При этом число в накопительном сумматоре последовательно перебирает таблицу косинуса и формирует требуемое

колебание. Код частоты рассчитывается из следующей пропорции:

$$\frac{C_f}{2^R} = \frac{f}{f_D},$$

где C_f — код частоты, R — разрядность накопительного сумматора, f — требуемая частота сигнала, f_D — тактовая частота работы схемы (совпадает с частотой дискретизации входного сигнала). Подобный метод синтеза сигнала называется прямым цифровым синтезом. Точность значения формируемой частоты, очевидно, определяется единицей младшего разряда кода частоты и равна:

$$\Delta_f = f_D \times \frac{1}{2^R}.$$

Из данного выражения очевидно, что чем больше разрядов в накопительном сумматоре, тем точнее можно формировать частоту опорного сигнала. В реальной аппаратуре измерение частоты входного сигнала осуществляется косвенно путём считывания кода частоты из канала коррелятора, осуществляющего слежения за этим сигналом. Таким образом, точность представления частоты будет ограничивать точность оценки частоты снизу, поэтому выбор разрядности данного сумматора является важным вопросом. Например, если частота работы схемы равна 16.368 МГц, а количество разрядов сумматора — 26, то точность представления частоты составит:

$$\Delta_f = 22 \cdot 10^6 \times 2^{-26} = 0.33 \text{ Гц}.$$

Доплеровское смещение частоты 0.33 Гц в пересчёте на скорость равно 63 мм/с. Такой точности представления вполне достаточно. Управление по частоте осуществляется путём изменения значения кода частоты, что обычно осуществляется в фиксированные моменты времени, с шагом обычно 1, 2, 5, 10 или 20 мс.

Здесь следует отметить, что данная точность формирования частоты выдерживаться только в среднем, т.е. это точность средней частоты. В реальности частота формируемого колебания будет флуктуировать из-за того, что гармонический сигнал формируется в моменты времени, привязанные к постоянной частоте дискретизации.

Управление по фазе несколько сложнее. В силу ряда причин удобнее управлять не фазой колебания напрямую, а приращениями фазы. Приращение фазы, формируемое фильтром системы ФАП, достигается путём однократного добавления управляющей величины в момент управления каналом. Код фазы можно получить, учитывая, что за один период колебания происходит одно переполнение накапливающего сигнала. В результате получим:

$$C_\phi = \frac{\phi}{2\pi} \times 2^R,$$

где C_ϕ — требуемый код фазы, ϕ — значение сдвига фазы. Как и для частоты, можно оценить дискрет управления по фазе:

$$\Delta_\phi = 2\pi \cdot \frac{1}{2^R}.$$

При 26-разрядном сумматоре дискрет по фазе составит $9 \cdot 10^{-8}$ рад, то есть очень маленькую величину.

Прямое управление по фазе используется редко из-за ряда сложностей, таких, как необходимость работы с знаковыми величинами, возможность сбоя и проч. Можно привести следующий пример, демонстрирующий то, что управление по частоте оказывается более надёжным. Генератор опорного сигнала в корреляторе обычно управляется процессором. При этом коррелятор работает непрерывно, его тактовая частота определяется частотой дискретизации входного сигнала. Процессор работает на своей тактовой частоте, выполняет в процессе работы несколь-

ко задач, таким образом, это асинхронное устройство. И связь между генератором и коррелятором осуществляется асинхронно. Время от времени, с заданным темпом коррелятор формирует прерывания. При появлении нового прерывания, спустя некоторое время процессор выполняет программу обработки прерывания, в которой изменяет коды управления частотой опорного генератора. Если процессор по какой-либо причине не отреагирует на очередное прерывание, это приведёт к различным последствиям в зависимости от способа управления опорным генератором. Если управление осуществляется только по частоте, то обновление кода частоты не произойдёт и коррелятор продолжит работу по значению частоты с прошлого шага. Частота сигнала быстро не изменяется, и в результате такой сбой окажется незамеченным. Фаза сигнала, в отличие от частоты, меняется на каждом шаге. Если вовремя не обновить код управления фазой, то будет задействовано значение кода с прошлого шага, которое может отличаться от требуемого практически во всём диапазоне определения фазы — $[0; 2\pi]$. Подобный скачок по фазе может привести к различным последствиям начиная от увеличения ошибки при использовании фазовых измерений и заканчивая срывом работы системы слежения за фазой и потерей слежения за сигналом. В связи с этим обычно ограничиваются управлением только по частоте, хотя управление по фазе может улучшить характеристики системы слежения за фазой.

4.3 Блок формирования дальномерного кода

Формировать дальномерный код несколько сложнее, чем гармоническое колебание. Возможно несколько способов формирования дальномерного кода. В ряде новых сигналов, таких, как GPS L1C и Galileo

E1 используется табличный метод формирования дальномерного кода — сформированный при разработке системы некоторым образом дальномерный код заносится в память передатчика в навигационном спутнике и коррелятора в навигационном приёмнике и используется в работе, как таблица. Однако большинство сигналов, в том числе сигналы существующих в настоящее время систем используют дальномерные коды, формируемые в схемах на основе сдвиговых регистров.

В качестве примера на рис. 7 изображена схема формирования дальномерного кода системы ГЛОНАСС. Блок формирования кода содержит сдвиговый регистр длиной 9 разрядов. В начале работе регистр инициализируется единицами. Далее, на каждом шаге, берутся биты из 5 и 9 ячейки регистра, над ними выполняется операция “исключающее ИЛИ”. Все ячейки сдвигаются вправо, а рассчитанный бит поступает в 1 ячейку регистра. Выходной поток берётся с 7 разряда регистра. На выходе получается циклическая последовательность бит называемая М-последовательностью. Период данной последовательности составляет $2^9 - 1 = 511$ символов. Эта последовательность выглядит, как случайная, поэтому она называется псевдослучайной последовательностью.

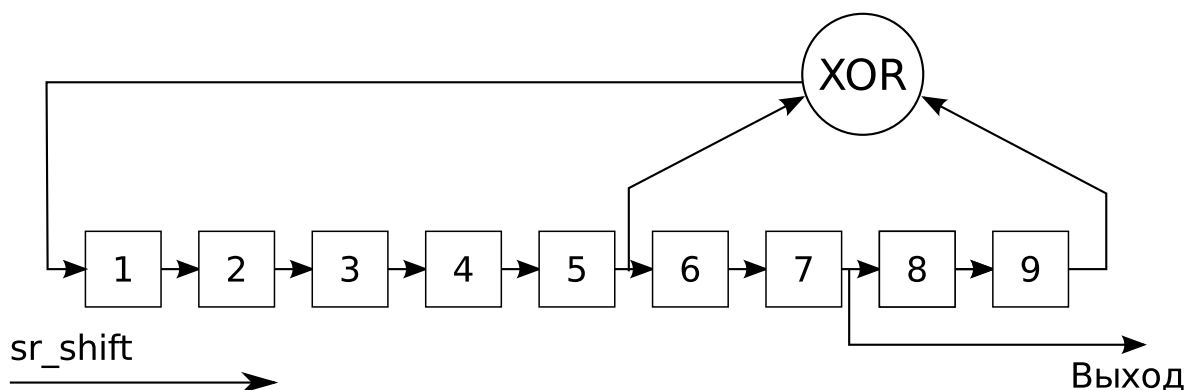


Рис. 7. Схема формирования дальномерного кода ГЛОНАСС

Из схемы формирования видно, что на каждом такте работы форми-

руется один отсчёт дальномерного кода. Управляя частотой поступления тактовых импульсов на генератор дальномерного кода, можно управлять скоростью формирования символов. С этой целью опять используется накопительный сумматор. Управляющий код для данного сумматора рассчитывается таким образом, чтобы переполнение сумматора происходило с частотой, равной требуемой скорости следования символов. Сигнал переполнения с сумматора поступает на генератор дальномерного кода, в результате чего при переполнении формируется новый бит дальномерного кода. Код тактовой частоты может быть рассчитан по формуле:

$$C_{\text{такт}} = 2^R \times \frac{f_{\text{симв}}}{f_{\text{д}}},$$

где $C_{\text{такт}}$ — формируемый код тактовой частоты, $f_{\text{симв}}$ — скорость следования символов (511 символов в миллисекунду для ГЛОНАСС и 1023 символов в миллисекунду для GPS). В качестве примера рассчитаем код частоты для сигнала GPS с номинальной скоростью следования символов, при частоте дискретизации, равной $f_{\text{д}} = 16.368$ МГц и 26-разрядным сумматором:

$$C_{\text{такт}} = 2^{26} \times \frac{1023 \cdot 10^3}{16368 \cdot 10^3} = 4194304 (2^{22}).$$

Получилось “круглое” число, причина этого в том, что частота дискретизации выбрана кратной требуемой частоте следования символов — $16 \times 1023 = 16368$. Управляют дальномерным кодом, как правило, по символьной скорости. Изменяя код частоты, можно “растягивать” или “сжимать” формируемую последовательность. Точность установки символьной скорости равна:

$$\Delta f_{\text{симв}} = f_{\text{д}} \times \frac{1}{2^R}$$

Для приведённого выше примера точность установки частоты составит 0.24 Гц. Много это или мало? Если рассматривать это, как точность оценки доплеровского смещения частоты дальномерного кода, то при пересчёте в скорость это составит:

$$\Delta_v = 3 \cdot 10^8 \times \frac{0.24}{1023 \cdot 10^3} = 70 \text{ м/с.}$$

Величина достаточно большая, однако скорость по доплеровскому смещению частоты дальномерного кода никто не оценивает — слишком низкая точность. Это важно для подстройки дальномерного кода. Допустим управление дальномерным кодом осуществляется раз в 1 мс, и нужно подстроить дальномерный код на 0.1 длительности символа по задержке. Какое для этого необходимо задать смещение частоты? Один цикл переполнения накопительного сумматора соответствует одному сформированному символу. В этом случае для сдвига дальномерного кода дополнительная накопленная в сумматоре величина должна составлять $0.1 \cdot 2^R$, где R — разрядность используемого накопительного сумматора. За требуемую 1 мс количество циклов накоплений в сумматоре определяется тактовой частотой работы коррелятора: $1 \text{ мс} \cdot f_D$. В этом случае величина, которую нужно добавить к коду управления частотой, будет в соответствующее число раз меньше:

$$\Delta_{C_{\text{такт}}} = \frac{0.1 \cdot 2^R}{1 \text{ мс} \cdot f_D} = \frac{0.1 \cdot 2^{26}}{10^{-3} \cdot 16.368 \cdot 10^6} = 410.$$

Из данного примера очевидно, как посчитать точность управления по дальномерному коду:

$$\Delta_{\tau/T_{PN}} = \epsilon_{C_{\text{такт}}} \cdot \frac{10^{-3} \cdot f_D}{2^R} = 1 \cdot \frac{10^{-3} \cdot 16.368 \cdot 10^6}{2^{26}} = 2.44 \cdot 10^{-4},$$

где $\epsilon_{C_{\text{такт}}} = 1$ — минимальный шаг, с которым можно изменять код

управления частоты — единица, т.к. это целое число. Результат, который получен — нормирован к длительности символа дальномерного кода. Если рассматривать систему GPS, то длительность символа составляет $\frac{1}{1.023 \cdot 10^6} \approx 1$ мкс или 300 м. В этом случае точность управления по псевдодальности составит $300 \text{ м} \cdot 2.44 \cdot 10^{-4} = 0.073 \text{ м}$, что достаточно точно для практических применений (и даже почти в три раза меньше длины волны). Если необходима более высокая точность, можно просто увеличить количество разрядов в накопительном сумматоре.

4.4 Считывание измерений

Принцип работы навигационного приёмника таков, что параметры опорных сигналов в корреляторе поддерживаются с максимально возможной точностью равными параметрам принимаемого сигнала. Для этого в приёмнике есть система слежения за несущей — ФАП или ЧАП и система слежения за частотой. В результате работы данных систем опорный сигнал синхронизируется относительно входного сигнала.

Для решения навигационной задачи необходимо получить оценки частоты, фазы и задержки входного сигнала. На самом деле они измеряются не непосредственно. Измеряются частота, фаза и задержка опорного сигнала, а дальше учитывается то, что опорный сигнал синхронизирован со входным сигналом.

Существенным для решения навигационной задачи моментом является то, что измерения задержек и смещений частоты должно быть осуществлено в один и тот же момент времени для всех каналов приёма спутниковых радиосигналов. При этом задержки сигналов в разных каналах разные, как и частоты. Обычно снятие измерений осуществляется

следующим образом. В корреляторе есть некоторая опорная последовательность импульсов, к которой привязываются измерения. В момент прихода нового импульса содержимое накопительных сумматоров в генераторах дальномерного кода и опорного гармонического колебания во всех каналах приёма записывается в регистры.

Лекция 5 Обнаружение навигационного радиосигнала

5.1 Постановка задачи обнаружения

Задача поиска ставится следующим образом. На вход приёмного устройства поступает наблюдение вида:

$$y(t) = \theta \cdot s(t) + n(t), \quad (5)$$

где $s(t)$ — сигнал известного вида с известными параметрами, θ — параметр, определяющий наличие сигнала, $\theta = 1$ означает, что сигнал есть, $\theta = 0$ означает, что сигнала нет, $n(t)$ — аддитивный шум. В классической задаче поиска в качестве мешающего воздействия рассматривается белый гауссовский шум. Белый гауссовский шум характеризуется односторонней спектральной плотностью $N_0/2$. Наблюдения осуществляются на интервале времени $t \in [0; T]$, где T — длительность интервала наблюдения.

Требуется оценить значение параметра θ — решить, есть ли на входе сигнал.

5.2 Оптимальное решение задачи обнаружения

Существует теория оптимальной обработки сигналов, дающая наилучшее для такой задачи решение. Подробное описание этой теории выходит за рамки данного курса, поэтому рассмотрим кратко эту задачу.

Допустим, нет априорной информации о наличии или отсутствии сигнала, то есть считаем, что $P(\theta = 0) = P(\theta = 1) = 0.5$. В этом случае можно использовать метод максимального правдоподобия, заключающийся в сопоставлении значений функций правдоподобия при наличии или отсутствии сигнала. Функция правдоподобия — вероятность того, что получится конкретная реализация входного процесса, при приеме заданного сигнала $P(y|s)$. Учитывая то, что наблюдаемый процесс является аддитивной смесью сигнала и гауссовского шума (5), данная условная вероятность имеет вид гауссовского распределения:

$$p(y|\theta) = C \cdot \exp \left\{ -\frac{2}{N_0} \int_0^T (y(t) - \theta \cdot s(t))^2 dt \right\} \quad (6)$$

Как понимать это выражение? Рассмотрим более простой пример. Пусть полезный сигнал — один отсчёт — просто число A , а шум также представляет собой отсчёт гауссовской случайной величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2 . Наблюдения имеют вид:

$$y = \theta \cdot A + n.$$

Очевидно, что y будет гауссовской случайной величиной с математическим ожиданием $\theta \cdot A$ и дисперсией σ^2 . Если считать, что сигнал есть ($\theta = 1$), то функция правдоподобия имеет вид:

$$P(y|\theta = 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp \left\{ -\frac{(y - A)^2}{2\sigma^2} \right\}$$

Если считать, что сигнала нет, то функция правдоподобия имеет вид:

$$P(y|\theta = 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right\}$$

Две эти функции изображены на рис. 8. Если полученная в процессе

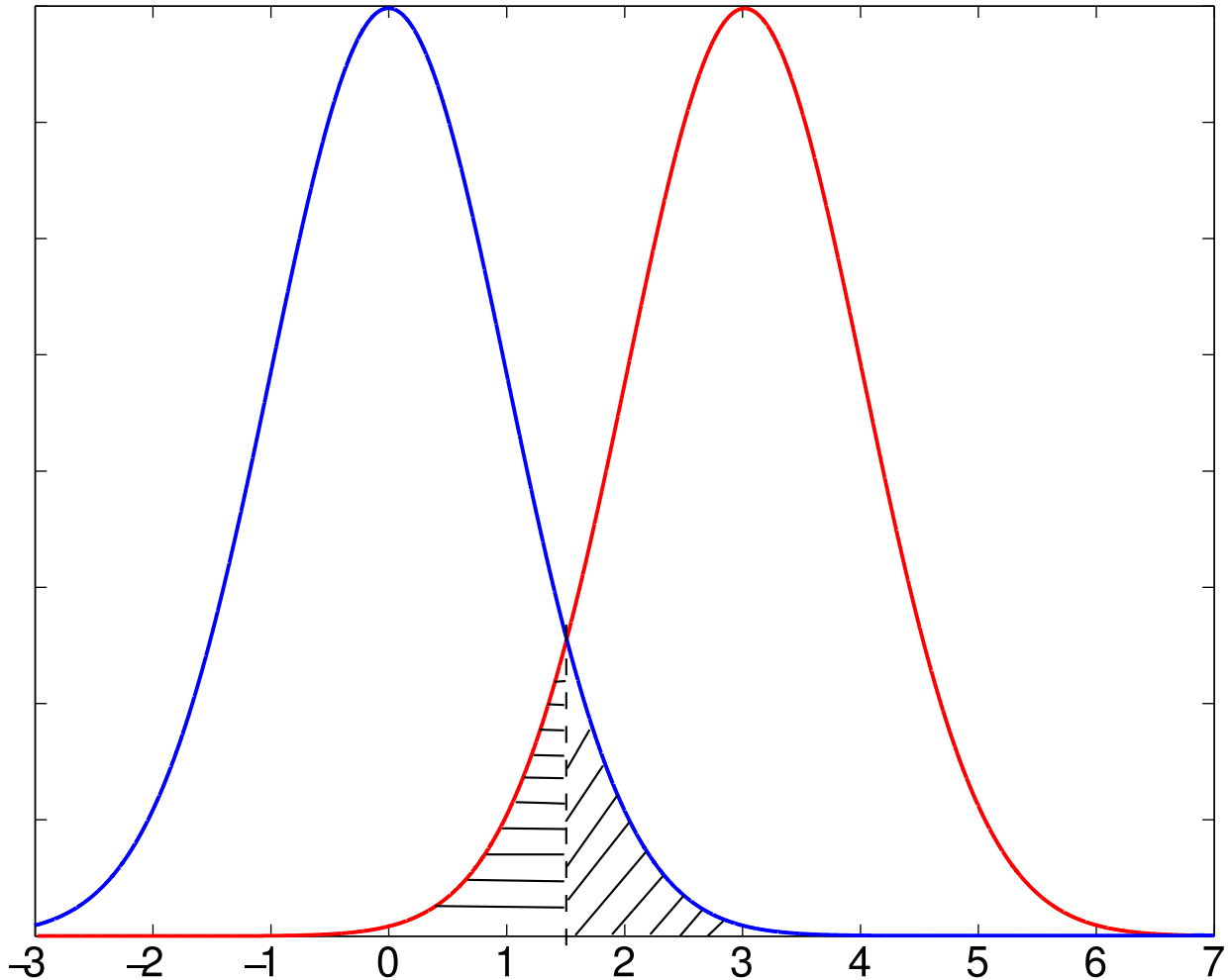


Рис. 8. Функция правдоподобия при наличии и отсутствии сигнала

наблюдений величина y окажется в той области, где график функции правдоподобия при наличии сигнала больше, чем функции правдоподобия при отсутствии сигнала, то принимается решение, что сигнал есть. Таким образом, решающее правило имеет вид:

$$P(y|\theta = 0) < P(y|\theta = 1) \tag{7}$$

В более сложном случае, при приёме настоящего сигнала (5) меняется лишь выражение для функции правдоподобия (6), алгоритм остаётся тем же. Выражение (6) представляет собой то же самое гауссовское распределение, но это уже распределение не случайной величины, а выборки процесса $y(t)$ во времени.

Преобразуем решающее правило (7). Монотонно растущая функция не влияет на сопоставление величин, поэтому можно сравнивать логарифмы функции правдоподобия:

$$\ln(P(y|\theta = 0)) < \ln(P(y|\theta = 1)).$$

Подставив сюда выражение функции правдоподобия (6), получим:

$$-\frac{2}{N_0} \int_0^T y^2(t) dt < -\frac{2}{N_0} \int_0^T (y(t) - s(t))^2 dt$$

Сократив константу (со сменой знака сравнения) и раскрыв скобки в правой части, получим:

$$\int_0^T y^2(t) dt > \int_0^T y^2(t) dt - 2 \int_0^T y(t)s(t) dt + \int_0^T s^2(t) dt.$$

Далее это выражение можно преобразовать к виду:

$$\int_0^T y(t)s(t) dt > \frac{1}{2} \int_0^T s^2(t) dt.$$

Выражение в правой части — половина энергии сигнала. Эта величина определяет значение *порога сравнения*:

$$R = \frac{1}{2} \int_0^T s^2(t) dt.$$

В окончательном виде преобразованное решающее правило примет вид:

$$\int_0^T y(t)s(t) dt > R.$$

Выражение, стоящее в правой части данного неравенства, представляет собой корреляционный интеграл. Таким образом, оптимальное решающее правило в задаче поиска сигнала на фоне гауссовского шума имеет вид сопоставления с порогом величины, накопленной в корреляторе. Структура блока обнаружения приведена на рис. 9.

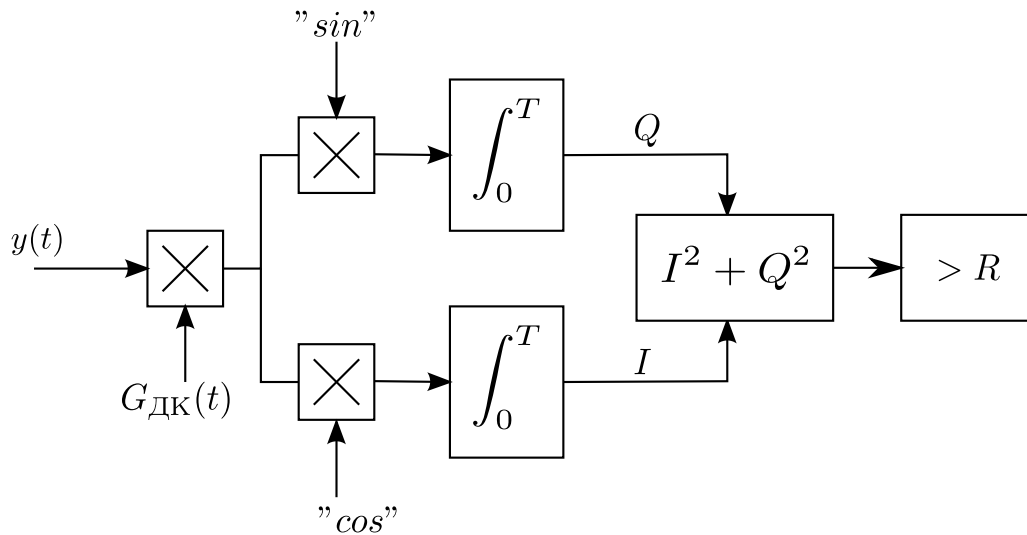


Рис. 9. Структурная схема блока обнаружения сигнала

Следует отметить, что структура блока обнаружения в виде коррелятора вытекает из вида наблюдений (5) — приёма сигнала на фоне гауссовского шума. Если шум наблюдений будет негауссовский, оптимальное решающее правило будет иным.

5.3 Критерий Неймана-Пирсона

Выше описан самый простой критерий — по методу максимального правдоподобия. Существуют и другие критерии. Часто используется критерий Неймана-Пирсона.

В зависимости от сочетаний наличия сигнала на входе и решения о его наличии, в процессе обнаружения возможно четыре исхода, для

каждого из которых существует своя вероятность:

- сигнал на входе есть, и принято решение, что он есть — правильное обнаружение P_D ;
- сигнал на входе есть, но принято ошибочное решение, что его нет — пропуск сигнала $1 - P_D$;
- сигнала на выходе нет, но принято ошибочное решение, что он есть — ложная тревога P_F ;
- сигнала на входе нет, и принято решение, что его нет — правильное необнаружение сигнала $1 - P_F$.

Выбирая величину порога, можно менять соотношение между вероятностью ложной тревоги и правильного обнаружения. Обратимся к рис. 10. На данном рисунке левая кривая представляет собой функцию правдоподобия при отсутствии, правая — при наличии сигнала. Величина R — порог обнаружения. Допустим, сигнал на входе отсутствует, тогда важна левая кривая. Площадь под этой кривой правее порога — вероятность ложной тревоги, вся остальная площадь — вероятность правильного необнаружения сигнала. Понятно, что меняя величину порога R , можно менять соотношение между этими вероятностями. Уменьшение величины порога приведёт к увеличению вероятности ложной тревоги, и наоборот.

В ситуации наличия сигнала на входе следует рассматривать правую кривую. Площадь справа от порога — вероятность правильного обнаружения. Уменьшение величины порога приведёт к росту вероятности правильного обнаружения, увеличение — к её снижению.

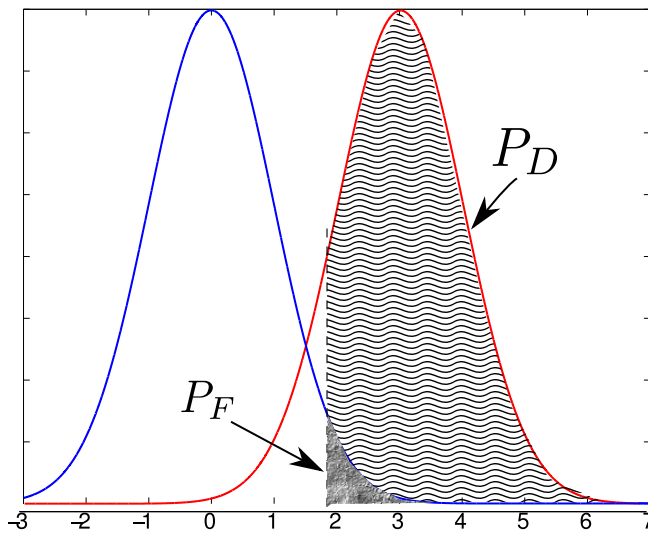


Рис. 10. К пояснению критерия Неймана-Пирсона

Желательно одновременно иметь низкую вероятность ложной тревоги и высокую вероятность правильного обнаружения. Но изменение величины порога влияет на данные характеристики однонаправленно — одновременно снижается и повышается и вероятность ложной тревоги, и вероятность правильного обнаружения.

Критерий Неймана-Пирсона гласит, что вероятность ложной тревоги задаётся фиксированной, а вероятность правильного обнаружения при этом должна максимизироваться. Таким образом, величина порога обнаружения выбирается исходя из требуемого значения вероятности ложной тревоги. Доказано, что при наблюдении сигнала на фоне гауссовского шума корреляционная схема даст в этом случае наилучшую вероятность правильного обнаружения.

Независимо от вида входного наблюдения и мощности сигнала подбором величины порога можно всегда добиться требуемого уровня вероятности ложной тревоги, так как ложная тревога происходит при отсут-

ствии сигнала на входе и определяется лишь характеристиками шумов.

Но как добиться требуемой вероятности правильного обнаружения? Порог обнаружения уже задан. Допустим, нужно обнаруживать сигнал на фоне сильного шума. Данная ситуация изображена на рис. 11. Пунктиром на рисунке обозначены распределения при большем значении шум, отличающиеся высоким значением дисперсии σ^2 . Очевидно,

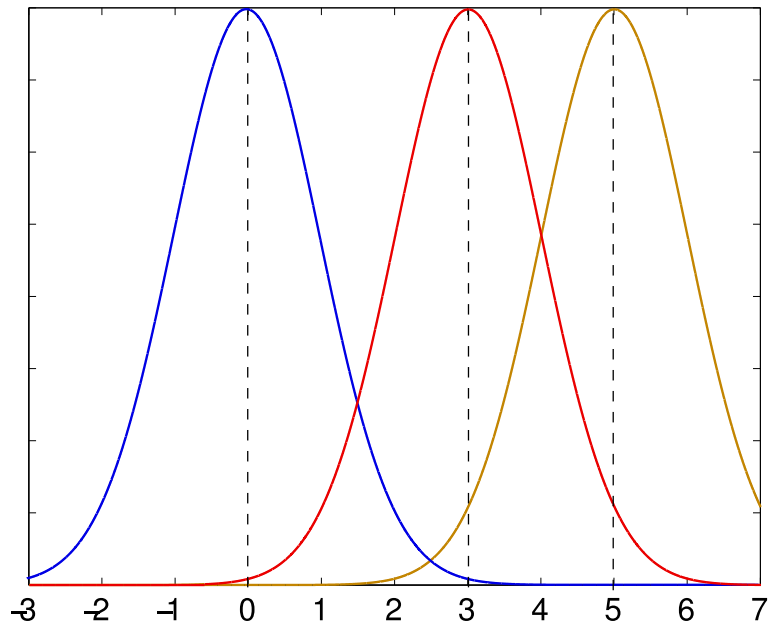


Рис. 11. Распределения при разной мощности шума

что вероятностные характеристики снизятся. При этом нужно увеличить энергию сигнала, правая кривая, соответствующая наличию сигнала, отодвинется вправо и сигналы ситуации снова будут различимы. Таким образом, важный вывод — увеличение отношения сигнал/шум улучшает характеристики системы. Как его увеличить? Либо принимать более мощный сигнал, либо увеличивать время его накопления в корреляторе.

5.4 Обнаружение сигнала с неизвестной фазой

Выше рассматривалась ситуация известной начальной фазы сигнала, а в реальности она обычно неизвестна. Как быть в этом случае? В соответствии с теорией оптимальной обработки сигнала требуется либо оценить значение фазы сигнала, либо усреднить отношение правдоподобия по фазе. Обычно фаза неинтересна (неинформативный параметр) и её можно не оценивать. Гауссовскую функцию правдоподобия можно усреднить по равномерно распределённой начальной фазе, в этом случае алгоритм имеет вид квадратурного приёмника. Пусть входные наблюдения имеют вид:

$$y(t) = AG_{\text{ДК}}(t - \tau) \cos(\omega t + \varphi) + n(t),$$

где параметры сигнала A , τ и ω считаются известными, неизвестна только начальная фаза φ . Для обнаружения такого сигнала в приёмном устройстве нужно сформировать два опорных сигнала, в сдвинутые по фазе на 90° друг относительно друга:

$$s_{\text{оп},c}(t) = AG_{\text{ДК}}(t - \tau) \cos(\omega t),$$

$$s_{\text{оп},s}(t) = AG_{\text{ДК}}(t - \tau) \sin(\omega t).$$

Далее накапливаются два корреляционных интеграла, каждый со своим опорным сигналом:

$$I = \int_0^T y(t) \cdot s_{\text{оп},c}(t) dt$$

$$Q = \int_0^T y(t) \cdot s_{\text{оп},s}(t) dt$$

После этого вычисляется сумма квадратов этих величин и сопоставляется с порогом:

$$I^2 + Q^2 > R.$$

Вычисленная величина будет уже иметь негауссовское распределение. При отсутствии сигнала это будет центральное χ^2 -распределение, при наличии — нецентральное χ^2 -распределение. Но несмотря на другие виды распределений, в остальном этот алгоритм работает точно также, как и алгоритм обнаружения сигнала с известной фазой.

5.5 Некогерентное накопление

В ряде случаев нужно, чтобы алгоритм работал при низких отношениях сигнал/шум, но увеличивать время накопления в корреляторе нежелательно. В этом случае прибегают к дополнительному накоплению отсчётов после возведения в квадрат:

$$\sum_{i=1}^{NN} I_i^2 + Q_i^2 > R.$$

Это называется некогерентным накоплением в противоположность когерентному накоплению в корреляторе на интервале T . Таким образом, снизить рабочее отношение сигнал/шум можно либо увеличивая время накопления T , либо увеличивая количество некогерентно накапливаемых отсчётов NN . Но эффективность этих методов разная. Увеличение в два раза времени накопления T даёт выигрыш в отношении сигнал/шум 3 дБ. Увеличение в два раза количества накапливаемых некогерентно отсчётов NN даёт выигрыш только 2 дБ.

Рассмотрим пример. Допустим, для обнаружения сигнала с хорошей вероятностью требуется иметь отношение сигнал/шум на выходе накопителя 10 дБ. Если отношение мощности сигнала к спектральной плотности шума на входе составляет 40 дБГц, а время накопления в корреляторе 1 мс, то отношение энергии сигнала к спектральной плотности

шума (отношение сигнал/шум, как его определяют в системах связи), составит как раз 10 дБ.

$$Q = \frac{E_c}{N_0} = \frac{P_c}{N_0} \cdot T = q_{c/n_0} \cdot T.$$

Как посчитать это в логарифмической шкале? Входное отношение мощности сигнала к спектральной плотности шума уже задано в логарифмической шкале — 40 дБГц. Если взять 10 логарифмов от 1 мс, то получится -30 дБ. Складывая эти величины, получим $40 + (-30) = 10$ дБ.

Итак, при 40 дБГц на входе имеем 10 дБ на выходе коррелятора. Допустим, что требуется работать с теми же вероятностными характеристиками при отношении мощности сигнала к спектральной плотности шума на входе 34 дБГц, что на 6 дБ меньше. Как поступить?

1 вариант — увеличить время накопления в корреляторе. Одно удвоение длительности даёт выигрыш 3 дБ, а нужно 6 дБ, значит нужно увеличить время накопления в $2^2 = 4$ раза. Раньше время накопления составляло 1 мс, значит теперь необходимо 4 мс.

2 вариант — увеличить количество некогерентно накапливаемых отсчётов. Одно удвоение здесь даёт выигрыш только 2 дБ, поэтому нужно три удвоения. В результате, было 1 некогерентное накопление, теперь нужно $2^3 = 8$ накоплений. Общая длительность анализа составит 8 мс.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что увеличение времени когерентного накопления более выгодно, чем увеличение некогерентного накопления. Однако в ряде случаев увеличивать время когерентного накопления нецелесообразно, поэтому используется некогерентное накопление. Речь об этом пойдёт ниже.

Лекция 6 Поиск навигационного радиосигнала

6.1 Постановка задачи поиска

Один из важных этапов работы навигационного приёмника — поиск сигналов. Поиск сигналов включает в себя две задачи — обнаружение наличия сигнала и оценка его частоты и задержки.

Кроме частоты и задержки сигнал обычно содержит и другие неизвестные параметры — начальную фазу, амплитуду, модуляцию навигационным сообщением. Но эти параметры в задаче поиска неинтересны и относятся к неинформативным.

Таким образом, на вход устройства поиска поступает сигнал вида:

$$y_k = \theta s(t_k, \omega, \tau, \lambda) + n_k,$$

где θ — признак наличия сигнала, принимающий значения 0 или 1, $s(t_k, \omega, \tau, \lambda)$ — сигнал, информативными параметрами которого являются частота ω и задержка τ , а λ — вектор неинформативных параметров, n_k — аддитивный дискретный белый гауссовский шум с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2 .

Устройство поиска наблюдает сигнал на интервале времени $[0; T_A]$, значения параметров сигнала полагаются неизменными на данном интервале.



Рис. 12. Поле поиска по частоте и задержке

6.2 Синтез алгоритма поиска

В соответствии с теорией оптимальной обработки сигнала для решения задачи оценки неизвестных параметров необходимо найти максимум апостериорной плотности вероятности $p(\theta, \omega, \tau, \lambda | Y_0^{TA})$. При равномерном априорном распределении параметров, как это бывает обычно, алгоритм сводится к максимизации функции правдоподобия. В случае с частотой и задержкой решить задачу максимизации функции правдоподобия аналитически невозможно. Поэтому на практике применяют численную максимизацию. С этой целью область всех возможных значений частоты и задержки разбивается на множество ячеек, в каждой из которых рассчитывается значение функции правдоподобия (рис. 12).

Данный подход можно рассматривать и иначе — поле поиска разбивается на множество ячеек, каждой из которых соответствует сигнал со своим сочетанием частоты и задержки. Алгоритм поиска решает задачу обнаружения сигнала в каждой из ячеек, а по ячейке, в которой сигнал обнаружен, определяется частота и задержка сигнала.

....

Таким образом, в каждой ячейке поиска нужно рассчитать величину

$$I_0 \left(\frac{2A}{N_0} \sqrt{I^2 + Q^2} \right) \geq \exp \left\{ \frac{E}{N_0} \right\}. \quad (8)$$

и сравнить её с порогом.

6.3 Реализация алгоритма поиска на практике

На практике вычисление нелинейных функций нежелательно, т.к. является ресурсоёмкой задачей. Для упрощения можно использовать тот факт, что функции Бесселя I_0 и функция извлечения квадратного корня являются монотонно растущими. Поэтому выражение (8) можно привести к виду:

$$I^2 + Q^2 \geq \frac{N_0}{2A} I_0^{-1} \left(\exp \left\{ \frac{E}{N_0} \right\} \right)$$

Таким образом, нужно выполнить операцию накопления сигнала в квадратурном корреляторе, рассчитать огибающую (или квадрат огибающей) и сравнить полученное значение с порогом.

6.4 Выбор шага поиска по частоте и задержке

Существенным вопросом при построении алгоритма поиска является выбор шага разбиения по частоте и задержке. Для решения данного вопроса необходимо рассмотреть эквивалент коррелятора. Как было показано в соответствующем разделе, эквивалент коррелятора в упрощённом виде следующий:

$$M [I] = 2q_{c/n_0} T \operatorname{sinc} \left(\frac{\Delta\omega T}{2} \right) \rho(\Delta\tau) \cos(\Delta\varphi)$$

$$M [Q] = 2q_{c/n_0} T \operatorname{sinc} \left(\frac{\Delta\omega T}{2} \right) \rho(\Delta\tau) \sin(\Delta\varphi)$$

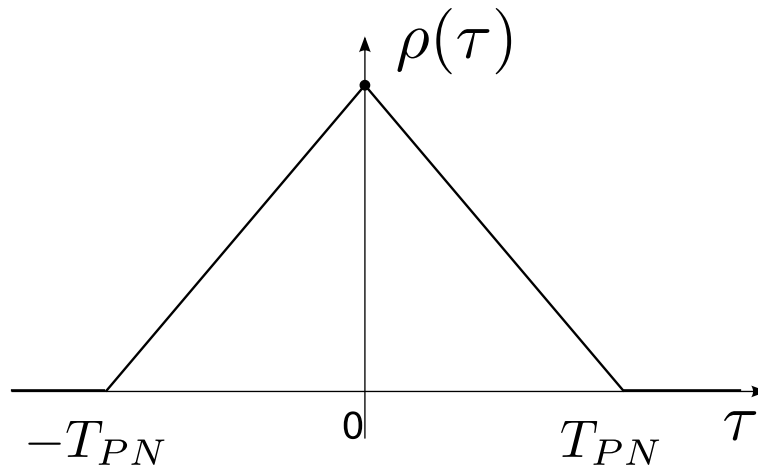


Рис. 13. Корреляционная функция дальномерного кода

Из анализа данного выражения следует, что шаг поиска по задержке зависит от корреляционной функции дальномерного кода $\rho(\Delta\tau)$. На рис. 13 приведён главный пик корреляционной функции стандартного сигнала BPSK(n). Ширина корреляционного пика определяется символьной скоростью дальномерного кода $C = \frac{1}{T_{\text{ПСП}}}$, где $T_{\text{ПСП}}$ — длительность символа кода. Шаг поиска по задержке необходимо выбирать таким образом, чтобы сигнал гарантированно попал в один из каналов поиска по задержке. Таким образом, шаг поиска по задержке должен быть достаточно мелким, чтобы корреляционный пик не мог оказаться между двумя каналами поиска по задержке, не вызвав на их выходах отклика. Обычно принято брать шаг поиска по задержке равным $\Delta\tau = \frac{1}{2T_{\text{ПСП}}}$, что показано на рис. 13.

Шаг поиска по частоте определяется из тех же соображений, что и шаг поиска по задержке. Зависимость систематической составляющей на выходе коррелятора от частоты определяется множителем $\text{sinc}\left(\frac{\Delta\omega T}{2}\right)$, график которого приведён на рис. 14. Ширина главного лепестка данной функции ограничена значениями $-\frac{1}{T} \leq \Delta\omega \leq \frac{1}{T}$. Обычно на практике

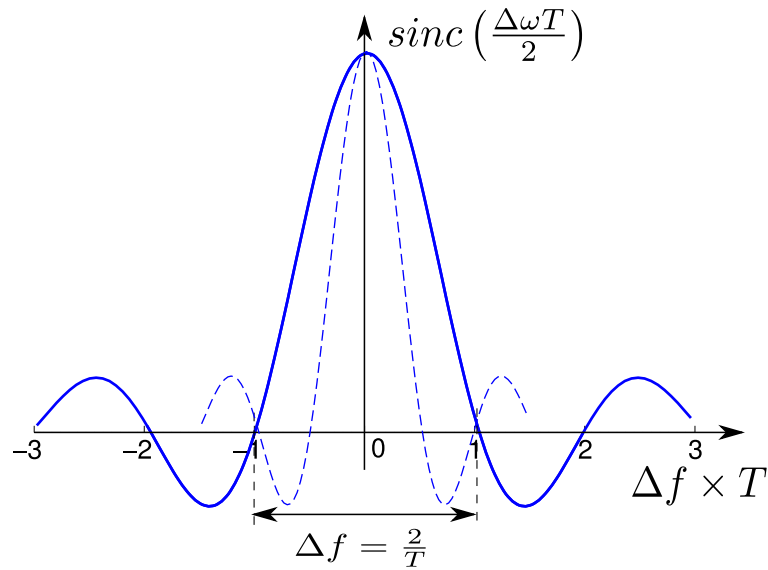


Рис. 14. Зависимость систематической составляющей на выходе коррелятора от частоты

берут значения шага поиска $\Delta\omega = \frac{1}{T}$, либо выбирают более мелкий шаг $\Delta\omega = \frac{2}{3T}$, чтобы уменьшить потери.

Таким образом, из этого следует важный вывод. Если шаг поиска по задержке зависит только от длительности символа дальномерного кода, то шаг поиска по частоте зависит от времени когерентного накопления сигнала в корреляторе T , которое выбирается разработчиком блока поиска.

Выбор времени накопления и шага поиска по частоте — взаимосвязанные решения. Обычно при построении алгоритма поиска требуется найти сигнал в некотором заданном частотном диапазоне шириной $\Delta\Omega$. Количество каналов поиска по частоте, охватывающее данный диапазон, определяется отношением:

$$N_\omega = \frac{\Delta\Omega}{\Delta\omega} = \Delta\Omega \times T.$$

Таким образом, количество каналов поиска по частоте пропорционально

времени когерентного накопления сигнала. Данный факт вносит определённое ограничение на увеличение времени когерентного накопления.

6.5 Выбор времени накопления

Статистические характеристики блока поиска определяются рядом параметров — длительностью когерентного и некогерентного накоплений, диапазоном поиска по частоте и задержке, типом используемого навигационного сигнала. Как было упомянуто выше, задачу поиска можно рассматривать, как задачу обнаружения сигнала в одной из ячеек поиска. Расчёт характеристик обнаружения был приведён в соответствующем разделе. Специфика задачи поиска заключается в том, что есть множество ячеек поиска, в которых осуществляется сравнение с порогом, и лишь в одной из них присутствует сигнал.

Таким образом, шанс ложного превышения порога есть в каждой ячейке — однократное превышение порога вызывает общую ложную тревогу. В то же время, правильное обнаружение может произойти лишь в одной ячейке, т.к. искомый сигнал может находиться только в одной ячейке.

Для расчёта вероятности ложной тревоги можно рассматривать задачу, как проведение $N_\omega \times N_\tau$ экспериментов по сравнению с порогом. Общая вероятность ложной тревоги P_F связывается с вероятностью ложной тревоги в отдельной ячейке P_{F0} выражением:

$$P_F = 1 - (1 - P_{F0})^{\frac{1}{N_\omega \times N_\tau}} .$$

Из данного выражения следует, что вероятность ложной тревоги в отдельной ячейке должна быть существенно меньше, чем вероятность лож-

ной тревоги на всю процедуру поиска. Например, если общая вероятность ложной тревоги задана равной 0.1, а количество ячеек поиска составляет 20000, то вероятность ложной тревоги в отдельной ячейке будет равна $5.3 \cdot 10^{-6}$.

Вероятность ложной тревоги в отдельной ячейки используется для назначения порога обнаружения сигнала:

$$h = (\chi^2)^{-1}(P_{F0}).$$

Вероятность правильного обнаружения можно определить из полученной величины порога:

$$P_D = \chi^2(Q, h).$$

Чем ниже требуемая вероятность ложной тревоги, тем выше порог обнаружения. Чем выше порог обнаружения — тем ниже вероятность правильного обнаружения. Для достижения требуемой вероятности правильного обнаружения нужно увеличивать отношение сигнал/шум на выходе накопителя. Сделать это можно путём увеличения времени накопления.

$$Q = q_{c/n_0} \cdot T.$$

Общий вывод заключается в том, что чем больше каналов поиска по частоте, тем больше придётся накапливать сигнал. В противном случае произойдут потери в отношении сигнал/шум, при котором сигнал будет обнаруживаться с заданными статистическими характеристиками. Всё это можно представить в виде зависимости энергетических потерь от количества каналов поиска по частоте и задержке. Данный график приведён на рис. 15. Из данного графика следует, что если есть только один канал поиска (т.е. частота и задержка сигнала известны), то потери

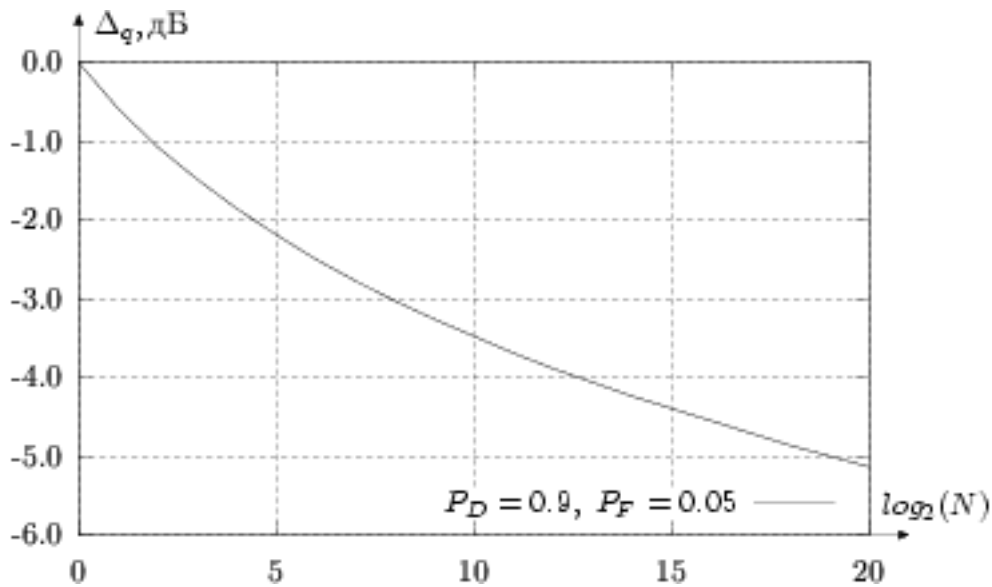


Рис. 15. Зависимость потерь от количества каналов поиска

составляют 0 дБ. Если количество каналов увеличивается, появляются дополнительные потери.

Лекция 7 Быстрый поиск навигационного радиосигнала

В процессе поиска сигнала необходимо осуществить операцию расчёта корреляционного интеграла во множестве ячеек — их количество исчисляется тысячами.

Один из вариантов реализации поиска — последовательный поиск в одном канале коррелятора. Учитывая большое количество ячеек для анализа, последовательный поиск может быть очень длительным, занимать минуты. Поэтому процесс поиска стараются распараллелить, используя множество каналов одновременно.

В настоящее время распространённой практикой является создание

специальных блоков поиска, содержащих тысячи, десятки тысяч параллельных каналов корреляторов. С появлением таких блоков поиска произошло разделение разновидностей каналов корреляторов. Традиционный канал коррелятора, предназначенный для слежения за сигналом, требует достаточно большое количество ресурсов для реализации. Поэтому каналов сопровождения в приёмниках обычно не много — от нескольких десятков до пары сотен. Каналы блока поиска устроены иначе. Управление каждым отдельным каналом блока поиска невозможно. Все каналы блока поиска настраиваются на анализ определённой области по задержке и частоте, параметры опорных сигналов в каналах блока поиска взаимосвязаны. Это позволяет применить различные схемы упрощения алгоритма и существенно сэкономить на аппаратных ресурсах. В результате количество каналов коррелятора в аппаратных блоках поиска оказывается существенно больше, чем каналов сопровождения. Это позволяет реализовать параллельный или близкий к нему последовательно-параллельный поиск сигнала.

7.1 Инженерия поиска — выбор компромиса

Традиционная задача поиска сигнала предполагает, что необходимо провести поиск в определённой области частоты и задержки сигнала с заданным отношением сигнал/шум.

С точки зрения чувствительности характеристики алгоритма поиска зависят от времени накопления сигнала в корреляторе.

При увеличении длительности когерентного накопления в два раза выигрыш по отношению сигнал/шум составляет 3 дБ. Однако в то же время шаг поиска по частоте при этом сокращается в два раза. Таким

образом, количество каналов поиска необходимо увеличить в два раза.

При увеличении длительности некогерентного накопления в два раза выигрыш по отношению сигнал/шум составляет только 2 дБ. Но шаг поиска по частоте в этом случае не изменяется, поэтому количество каналов поиска по частоте увеличивать не требуется.

Всё это можно рассмотреть на примере. Рассмотрим поиск сигнала GPS C/A, диапазон поиска по частоте $\Delta F_{max} = 20$ кГц, $T = 1$ мс, $NN = 4$. В этом случае при 45 дБГц, $P_F = 0.1$, $P_D = 0.9$. При шаге поиска $\frac{1}{T} = 1$ кГц 20 каналов поиска по частоте. Если используется последовательный поиск с одним каналом, то общее время накопления будет:

$$t = 20 \cdot 2046 \times 4 \times 1 \cdot 10^{-3} = 164 \text{ с.}$$

Допустим, необходимо с теми же характеристиками осуществлять поиск сигнала на 6 дБ, т.е. принимать сигнал с уровнем 39 дБГц.

Необходимо увеличить чувствительность на 6 дБ, значит, можно увеличить время когерентного накопления в 4 раза. Но при этом шаг поиска по частоте сократится до $\frac{1}{T} = 250$ Гц, а количество каналов поиска увеличится до 80. Общее время поиска в одноканальном приёмнике составит:

$$t = 80 \cdot 2046 \times 4 \times 4 \cdot 10^{-3} = 2620 \text{ с.}$$

Альтернативный вариант — увеличивать длительность некогерентного накопления. Т.к. удвоение длительности некогерентного накопления даёт лишь 2 дБ, необходимо увеличить длительность некогерентного накопления 8 раз. Но количество каналов поиска по частоте по-прежнему останется равным 20. Общее время накопления в одноканальном приём-

нике будет равно:

$$t = 20 \cdot 2046 \times 32 \times 1 \cdot 10^{-3} = 1309 \text{ с.}$$

Таким образом, в данном конкретном примере более выгодно увеличивать время некогерентного накопления, чем время когерентного накопления. Однако универсального ответа не существует, оптимизацию надо проводить под конкретный случай.

7.2 Оптимизация области поиска

В разделе, посвящённом анализу статистических характеристик поиска, показано, что увеличение количества каналов поиска по частоте и задержке приводит к появлению дополнительных потерь по отношению сигнал/шум — рис. 15. Из этого следует, что для повышения чувствительности алгоритма необходимо использовать всю имеющуюся информацию о параметрах сигнала с целью сокращения зоны поиска.

В связи с этим обычно принято вводить понятия “холодного”, “тёплого” и “горячего” старта.

7.2.1 Режим “горячего” старта

В режиме холодного старта приёмник не обладает информацией о текущем времени, своих координатах и координатах спутников. В этом случае нет информации для оценки частоты и задержки сигнала. Однако некоторые априорные сведения всё-таки присутствуют. Во-первых, существует список навигационных сигналов, излучаемых спутниками, поэтому осуществляется поиск сигналов из ограниченного множества. На

практике это обычно 32 сигнала системы GPS с разными дальномерными кодами и 12 сигналов ГЛОНАСС, отличающиеся литерными частотами.

Второе предположение, которое может быть сделано, относится к классу навигационной аппаратуры. Если это аппаратура наземного базирования, то диапазон скоростей движения потребителя, от которого зависит доплеровское смещение частоты, невелик. Основной вклад в доплеровское смещение частоты вносит движение навигационных спутников. Распределение частот близко к равномерному в диапазоне ± 6.2 кГц. К данному распределению смещения частоты следует добавить смещение частоты за счёт движения потребителя, которое обычно также предполагается равномерным. Для автомобилей, скорость которых обычно не превышает 40 м/с, дополнительное смещение частоты составит всего 210 Гц. Более высокие скорости могут встретиться в авиации, обычно для авиационных применений задаются диапазоном доплеровского смещения частоты ± 12 кГц.

Однако доплеровский эффект — не единственная причина смещения частоты сигнала. Дополнительное смещение частоты возникает за счёт опорного генератора самого приёмника. Если вспомнить структуру радиочастотного тракта навигационного приёмника, на блок цифровой обработки (где осуществляется поиск) подаётся сигнал на промежуточной частоте. Промежуточная частота формируется, как разность частоты сигнала и частоты гетеродина. Опорный генератор навигационного приёмника всегда имеет некоторое смещение. При умножении частоты опорного сигнала в синтезаторе частот данное смещение также умножается. После смесителя промежуточная частота сигнала содержит, как слагаемое, смещение частоты опорного сигнала. Таким образом, к до-

плеровскому смещению частоты необходимо добавить смещение частоты гетеродинного колебания.

Насколько велико данное смещение? Всё зависит от типа применяемого опорного генератора. Раньше по определённым причинам применяли опорные генераторы без температурной компенсации частоты. При использовании таких генераторов смещение частоты гетеродинного колебания может достигать нескольких десятков килогерц, то есть превышать диапазон доплеровского смещения частоты! В настоящее время более распространённым является использование термокомпенсированных генераторов. Типовое смещение частоты, вызываемое данным типом генераторов, не столь велико и составляет величину порядка 1 кГц.

Таким образом, при “холодном” старте частота сигнала предполагается равномерно распределённой в некотором диапазоне, определяемом классом аппаратуры и может варьироваться от ± 6.2 кГц до нескольких десятков килогерц.

Диапазон поиска по задержке в режиме “холодного” старта определяется типом принимаемого навигационного сигнала. Традиционные открытые навигационные сигналы GPS C/A и ГЛОНАСС ПТ имеют периодический дальномерный код с периодом 1 мс, что и определяет диапазон поиска, т.к. искать сигнал по задержке на интервале, большем периода дальномерного кода бессмысленно — сигнал будет повторяться. В перспективных открытых навигационных сигналах возможна иная длительность периода дальномерного кода, например 4 мс в сигнале Galileo E1B/C или 10 мс в сигнале GPS L1C.

Иная ситуация в сигналах закрытого доступа, в которых обычно используются непериодические дальномерные коды. В этом случае воз-

можно два варианта — либо их поиск вообще невозможен и сначала осуществляется поиск открытых сигналов, либо есть некоторая априорная информация о текущем времени, но тогда это не совсем “холодный” старт. В последнем случае всё определяется точностью оценки текущего времени. Обычно полагают точность 100 мс, что в 100 раз больше, чем диапазон поиска открытого сигнала.

7.2.2 Режим “тёплого” старта

В режиме “тёплого” старта приёмник обычно обладает некоторой информацией, позволяющей уменьшить диапазон поиска сигнала. Обычно это знание текущего времени, примерное знание собственных координат приёмника и наличие доступных альманахов движения навигационных спутников. В этом случае приёмник может оценить, какие навигационные спутники находятся в области видимости. Кроме того, можно определить скорости их движения и оценить вклад этого движения в доплеровское смещение частоты. Это позволяет осуществлять поиск только нужных спутников и существенно сузить диапазон поиска по частоте. Однако точности данных в режиме “тёплого” старта недостаточно для сужения диапазона поиска по задержке.

Обычно точность оценки положения спутника составляет 10 км, а точность оценки скорости — 100 м/с.

Режим “тёплого” старта обычно возникает при включении приёмника после достаточно продолжительного периода времени, когда он был отключен, (от нескольких минут до нескольких дней). В этом случае с прошлого сеанса работы доступны альманахи спутников и примерно известно положение приёмника и текущее время.

7.2.3 Режим “горячего” старта

В режиме “горячего” старта предполагается, что в приёмнике есть априорная информация, позволяющая с высокой точностью предсказывать задержку навигационного сигнала. В этом случае поиск сводится к анализу нескольких ячеек по задержке и частоте. Чувствительность поиска в режиме “горячего” старта максимальна.

Лекция 8 Система слежения за фазой

8.1 Обработка сигнала в корреляторе

На вход навигационного приёмника поступает навигационный радиосигнал с двухуровневой фазовой манипуляцией, структура которого может быть описана выражением:

$$s(t) = AG_{\text{ДК}}(t - \tau)G_{\text{НС}}(t - \tau) \cos((\omega_0 + \omega_{\text{доп}})t + \varphi),$$

где A — амплитуда сигнала, $G_{\text{ДК}}(t)$ — функция модуляции дальномерным кодом, $G_{\text{НС}}(t - \tau)$ — функция модуляции навигационным сообщением, τ — задержка сигнала, ω_0 — несущая частота сигнала, φ — фаза сигнала.

Сигнал наблюдается на фоне аддитивного белого гауссовского шума со спектральной плотностью $N_0/2$:

$$y(t) = s(t) + n(t).$$

Из теории оптимальной фильтрации следует, что одним из этапов обработки сигнала будет расчёт функции правдоподобия. При наблюдении

сигнала на фоне аддитивного белого гауссовского шума функция правдоподобия будет описываться гауссовским выражением:

$$p(Y|\hat{\lambda}) = c \cdot \exp \left\{ -\frac{2}{N_0} \int_0^T (y(t) - s(t, \hat{\lambda}))^2 dt \right\},$$

где $\hat{\lambda}$ — вектор параметров опорного сигнала. Если раскрыть скобки под интегралом и учесть, что входные наблюдения $y(t)$ не зависят от параметров опорного сигнала, то данное выражение можно привести к виду:

$$p(Y|\hat{\lambda}) = c_2 \cdot \exp \left\{ -\frac{2}{N_0} \int_0^T y(t) \cdot s(t, \hat{\lambda}) dt \right\} \cdot \exp \left\{ -\frac{2}{N_0} \int_0^T \frac{1}{2} s^2(t, \hat{\lambda}) dt \right\}.$$

Третий множитель в данном выражении представляет собой экспоненту от отношения сигнал/шум:

$$p(Y|\hat{\lambda}) = c_2 \cdot \exp \left\{ -\frac{2}{N_0} \int_0^T y(t) \cdot s(t, \hat{\lambda}) dt \right\} \cdot \exp \left\{ -\frac{P_c}{N_0} \cdot T \right\}.$$

Таким образом, основной проблемой при вычислении функции правдоподобия является вычисление корреляционного интеграла:

$$R = -\frac{2}{N_0} \int_0^T y(t) \cdot s(t, \hat{\lambda}) dt$$

8.2 Когерентная и некогерентная обработка

Вычисление корреляционного интеграла сводится к умножению входного наблюдения на опорный сигнал и интегрированию. Таким образом, для того, чтобы вычислить корреляционный интеграл, необходимо сформировать опорный сигнал. Опорный сигнал представляет собой произведение дальномерного кода на несущее колебание.

$$s_{\text{оп}}(t) = AG_{\text{ДК}}(t - \tau) \cos((\omega_0 + \omega_{\text{доп}})t + \varphi),$$

Формированием дальномерного кода занимается система слежения за задержкой, которая будет рассмотрена в соответствующем разделе.

Для формирования несущего колебания необходимо знать частоту и фазу сигнала. Принципиально различается два режима работы приёмника — когерентный и некогерентный.

В когерентном режиме приёмник осуществляет оценку и частоты, и фазы сигнала. Для этого используется система слежения за фазой. Когерентный режим работы является наиболее точным. Однако чувствительность когерентного режима ниже.

В некогерентном режиме осуществляется слежение только за частотой, а фаза опорного сигнала не контролируется. Во всех блоках обработки сигнала используются алгоритмы, не требующие оценки фазы. Некогерентный режим менее точный, чем когерентный, но чувствительность работы приёмника в когерентном режиме обычно выше.

Данная лекция посвящена системе фазовой автоподстройки (ФАП), работающей в когерентном режиме.

8.3 Структура системы ФАП

ФАП является системой автоматического регулирования с обратной связью, как и все следящие системы. Функциональная схема ФАП приведена на рис. 16. Система ФАП состоит из следующих блоков:

- фазовый дискриминатор — оценивает рассогласование входного и опорного сигнала;
- управляемый генератор — формирует опорный сигнал;

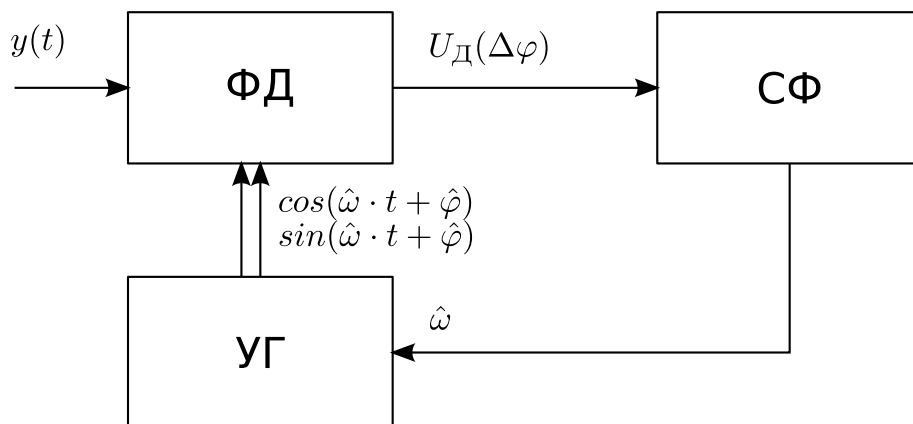


Рис. 16. Функциональная схема системы ФАП

- сглаживающий фильтр — формирует воздействие, управляющее частотой.

8.4 Фазовый дискриминатор

Фазовый дискриминатор — устройство, процесс на выходе которого зависит от рассогласования фаз входных сигналов. С точки зрения теории оптимальной фильтрации фазовый дискриминатор можно получить, дифференцируя функцию правдоподобия по фазе. Функция правдоподобия имеет вид:

$$p(\mathbf{Y}|\varphi, G_{\text{НС}}) = c \cdot \exp \left\{ -\frac{2}{N_0} \int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t) A G_{\text{ДК}}(t - \tau) G_{\text{НС}} \cos((\omega_0 + \omega_{\text{доп}}) t + \varphi) dt \right\}$$

Сложность заключается в наличии навигационного сообщения $G_{\text{НС}}$. Функцию правдоподобия необходимо сначала усреднить по символам на-

вигационного сообщения:

$$p(\mathbf{Y}|\varphi) = \frac{1}{2}p(\mathbf{Y}|\varphi, G_{\text{НС}} = +1) + p(\mathbf{Y}|\varphi, G_{\text{НС}} = -1)$$

$$p(\mathbf{Y}|\varphi) = \frac{1}{2}c \cdot \exp \left\{ -\frac{2}{N_0} \int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t) AG_{\text{ДК}}(t - \tau) \cos((\omega_0 + \omega_{\text{доп}})t + \varphi) dt \right\} + \\ + \frac{1}{2}c \cdot \exp \left\{ +\frac{2}{N_0} \int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t) AG_{\text{ДК}}(t - \tau) \cos((\omega_0 + \omega_{\text{доп}})t + \varphi) dt \right\}$$

$$p(\mathbf{Y}|\varphi) = c \cdot \text{ch} \left\{ -\frac{2}{N_0} \int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t) AG_{\text{ДК}}(t - \tau) \cos((\omega_0 + \omega_{\text{доп}})t + \varphi) dt \right\} \quad (9)$$

где $\text{ch}(x)$ — гиперкосинус.

Теперь необходимо взять производную от данного выражения по фазе.

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} p(\mathbf{Y}|\varphi) = c \cdot \frac{\text{sh} \left\{ -\frac{2}{N_0} \int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t) AG_{\text{ДК}}(t - \tau) \cos((\omega_0 + \omega_{\text{доп}})t + \varphi) dt \right\}}{\text{ch} \left\{ -\frac{2}{N_0} \int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t) AG_{\text{ДК}}(t - \tau) \cos((\omega_0 + \omega_{\text{доп}})t + \varphi) dt \right\}} \cdot \left(-\frac{2}{N_0} \int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t) AG_{\text{ДК}}(t - \tau) \sin((\omega_0 + \omega_{\text{доп}})t + \varphi) dt \right)$$

Введём обозначения:

$$I_k = \frac{2}{N_0} \int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t) AG_{\text{ДК}}(t - \tau) \cos((\omega_0 + \omega_{\text{доп}})t + \varphi) dt \quad (10)$$

$$Q_k = \frac{2}{N_0} \int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t) AG_{\text{ДК}}(t - \tau) \sin((\omega_0 + \omega_{\text{доп}})t + \varphi) dt \quad (11)$$

Выражение для дискриминатора примет вид:

$$u_{\text{Д}}(\varphi) = -\text{th}(I_k) Q_k$$

Данный сложен в реализации, т.к. нужно вычислять нелинейную функцию $\text{th}(x)$ (гипертангенс). На практике используют более простые варианты данного дискриминатора. На рис. 17 приведён график гипертангенса. Можно видеть, что при малых значениях аргумента данная

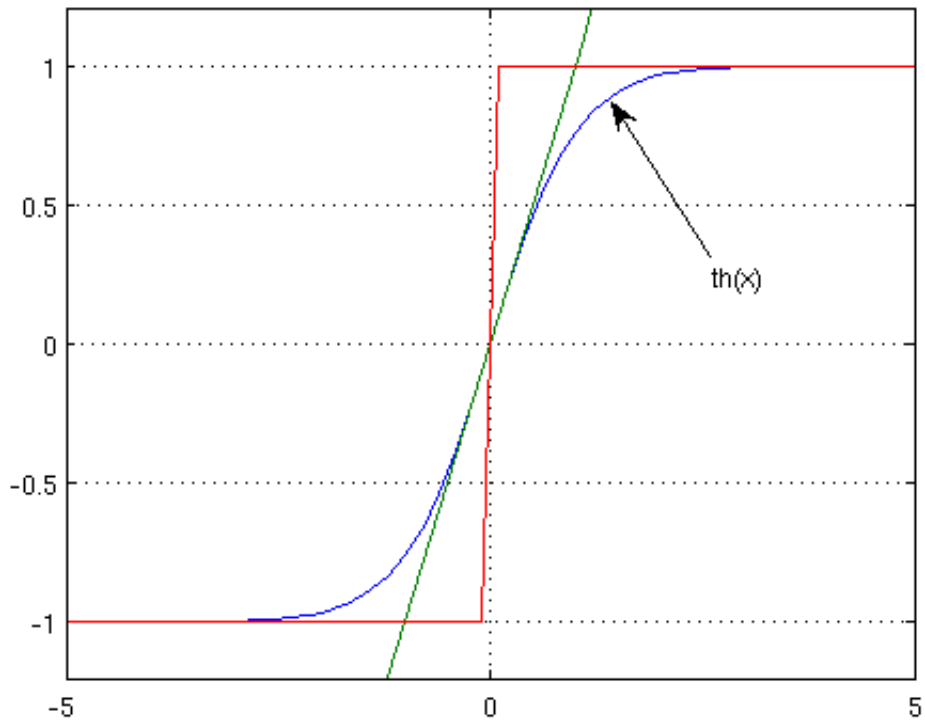


Рис. 17. График гипертангенса

функция может быть аппроксимирована своим аргументом:

$$\text{th}(x) \approx x, \quad x \ll 1$$

При больших значениях x гипертангенс может быть аппроксимирован знаковой функцией:

$$\text{th}(x) \approx \text{sign}(x), \quad x \gg 1$$

В результате при большом отношении сигнал/шум можно использовать дискриминатор вида:

$$u_{\text{Д}}(\varphi) = -\text{sign}(I_k) \cdot Q_k,$$

а при малом отношении сигнал/шум —

$$u_{\text{Д}}(\varphi) = -I_k \cdot Q_k,$$

Существуют и другие виды фазовых дискриминаторов со снятием модуляции данными. Наиболее популярный из них — арктангенсный дискриминатор:

$$u_{\text{Д}}(\varphi) = -\operatorname{arctg}\left(\frac{Q_k}{I_k}\right).$$

Особенностью данного дискриминатора является внутренняя нормировка — его крутизна не зависит от отношения сигнал/шум.

8.5 Статистические характеристики фазового дискриминатора

Для анализа системы фазовой автоподстройки необходимо определить статистические характеристики фазового дискриминатора. Под статистическими характеристиками понимают дискриминационную и флуктуационную характеристики.

Процесс на выходе дискриминатора можно представить в виде суммы случайной и систематической составляющих:

$$u_{\text{Д}}(\Delta\varphi) = M[u_{\text{Д}}(\Delta\varphi)] + n_{u_{\text{Д}}}.$$

Систематическая составляющая называется дискриминационной характеристикой и зависит от рассогласования по фазе $\Delta\varphi$ между входным и опорным сигналами. В книге [1] можно найти вывод выражений для дискриминационной характеристики, здесь приведены только результаты.

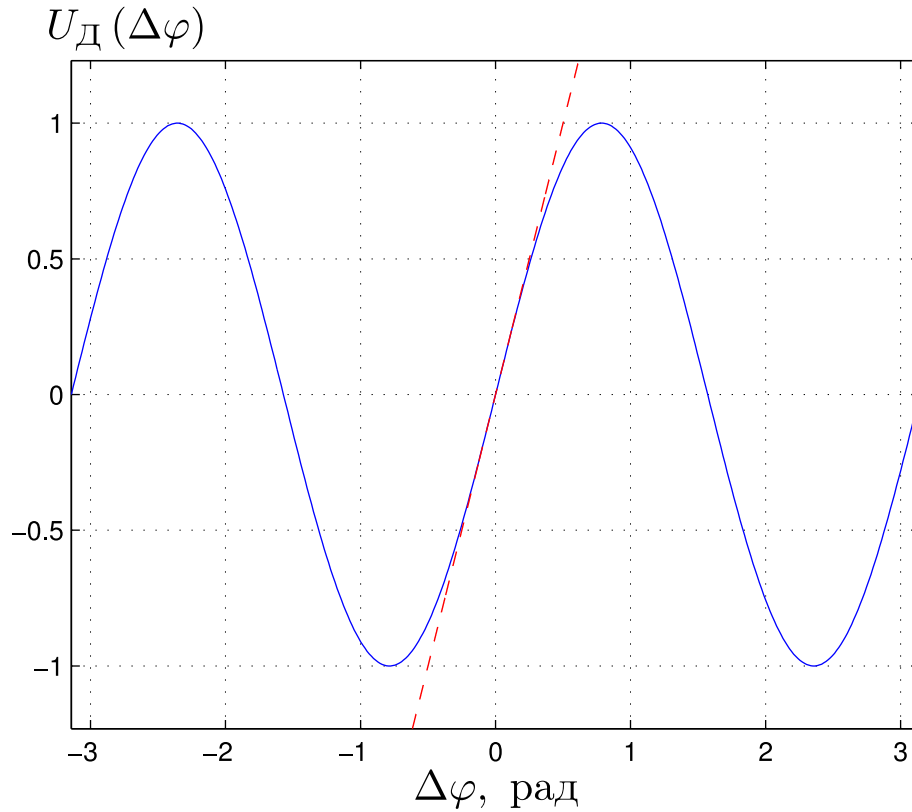


Рис. 18. Дискриминационная характеристика дискриминатора $u_D(\Delta\varphi) = -I_k \cdot Q_k$

Дискриминационная характеристика дискриминатора $u_D(\Delta\varphi) = -I_k \cdot Q_k$ имеет вид:

$$U_D(\Delta\varphi) = (2q_{c/n_0}T)^2 \rho^2(\Delta\tau) \operatorname{sinc}^2(\Delta\omega T/2) \sin(2\Delta\varphi)$$

Крутизна дискриминационной характеристики — значение производной дискриминационной характеристики при нулевой расстройке по фазе. Для данного дискриминатора крутизна равна:

$$S_{D,\varphi} = (2q_{c/n_0}T)^2 \rho^2(\Delta\tau) \operatorname{sinc}^2(\Delta\omega/2)$$

График дискриминационной характеристики приведён на рис. 18. Дискриминационная характеристика дискриминатора $u_D(\Delta\varphi) =$

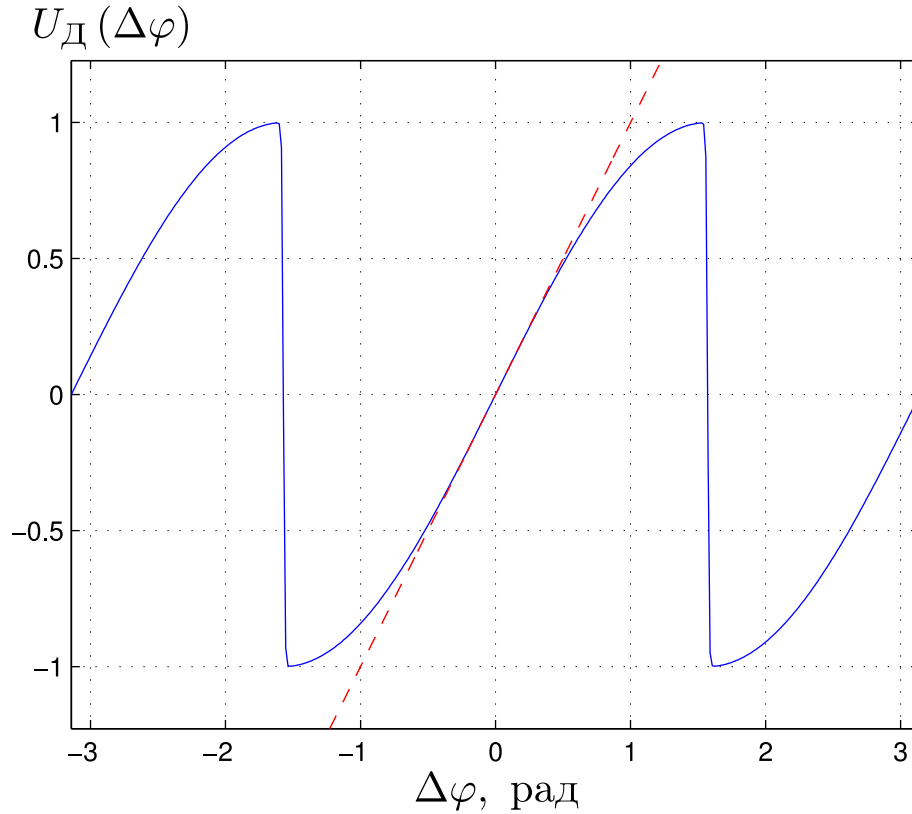


Рис. 19. Дискриминационная характеристика дискриминатора
 $u_D(\Delta\varphi) = -\text{sign}(I_k) \cdot Q_k$

$-\text{sign}(I_k) \cdot Q_k$ имеет вид:

$$U_D(\Delta\varphi) = 2q_{c/n_0} T \rho(\Delta\tau) \text{sinc}(\Delta\omega T/2) \sin(\Delta\varphi)$$

Для данного дискриминатора крутизна равна:

$$S_{D,\varphi} = 2q_{c/n_0} T \rho(\Delta\tau) \text{sinc}(\Delta\omega/2)$$

Дискриминационная характеристика данного дискриминатора приведена на рис. 19

Флуктуационная характеристика — дисперсия шумов на выходе дискриминатора. Флуктуационная характеристика дискриминатора вида

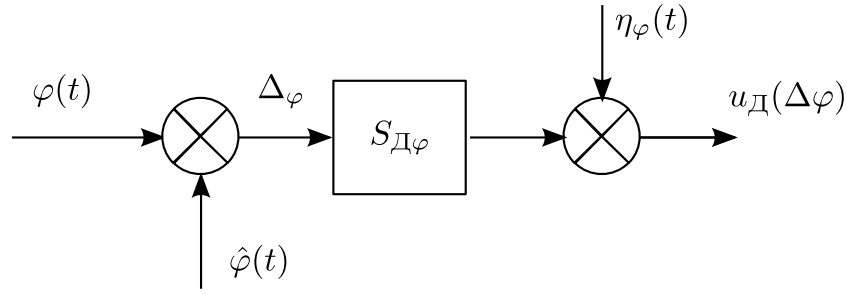


Рис. 20. Линеаризованная модель дискриминатора

$u_{\text{Д}}(\Delta\varphi) = -I_k \cdot Q_k$ определяется выражением:

$$D_{u_{\text{Д}},\varphi} = (2q_{c/n_0}T)^3 \left(1 + \frac{1}{2q_{c/n_0}T}\right).$$

Флуктуационная характеристика дискриминатора $u_{\text{Д}}(\Delta\varphi) = -\text{sign}(I_k) \cdot Q_k$ равна:

$$D_{u_{\text{Д}},\varphi} = 2q_{c/n_0}T.$$

При анализе и синтезе систем фазовой автоподстройки часто используется линеаризованная модель фазового дискриминатора. Такая модель справедлива при высокой точности слежения, когда ошибка слежения находится в пределах линейного участка дискриминационной характеристики. Структура линеаризованной модели дискриминатора приведена на рис. 20.

В этом случае принято пересчитывать шумы дискриминатора к измеряемому параметру, т.е. к фазе. Линеаризованная структура дискриминатора с пересчитанными на вход шумами примет вид, изображённый на рис. 21. Дисперсия шумов, приведённых ко входу дискриминатора $u_{\text{Д}}(\Delta\varphi) = -I_k \cdot Q_k$ имеет вид:

$$D_{n_{\varphi}} = \frac{1}{(2q_{c/n_0}T)^2} \left(1 + \frac{1}{2q_{c/n_0}T}\right).$$

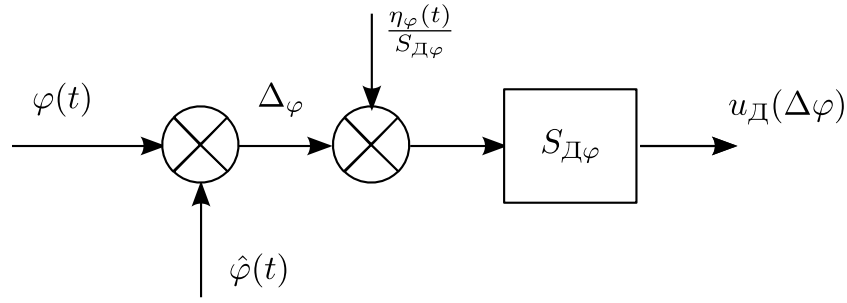


Рис. 21. Пересчёт шумов на вход линеаризованной модели дискриминатора

Дисперсия шумов дискриминатора $u_D(\Delta\varphi) = -\text{sign}(I_k) \cdot Q_k$ равна:

$$D_{n_\varphi} = \frac{1}{2q_c/n_0 T}$$

8.6 Сглаживающий фильтр

Используя линеаризованный эквивалент дискриминатора, приведённый на рис. 21, можно составить структурную схему системы слежения за фазой. Данная схема изображена на рис. 22.

Обычно в системе ФАП используется сглаживающий фильтр 2 или 3 порядка. Рассмотрим структуру системы ФАП с фильтром 3 порядка. Структура системы 3 порядка приведена на рис. 23.

Параметры фильтра определяются значениями 3 коэффициентов фильтра. В литературе [1] показано, что значения коэффициентов фильтра можно связать с шумовой полосой пропускания выражениями:

$$K_{Н,1} = 2 \left(\frac{5}{6} \Delta f_{ш} \right);$$

$$K_{Н,2} = 2 \left(\frac{5}{6} \Delta f_{ш} \right)^2;$$

$$K_{Н,3} = \left(\frac{5}{6} \Delta f_{ш} \right)^3;$$

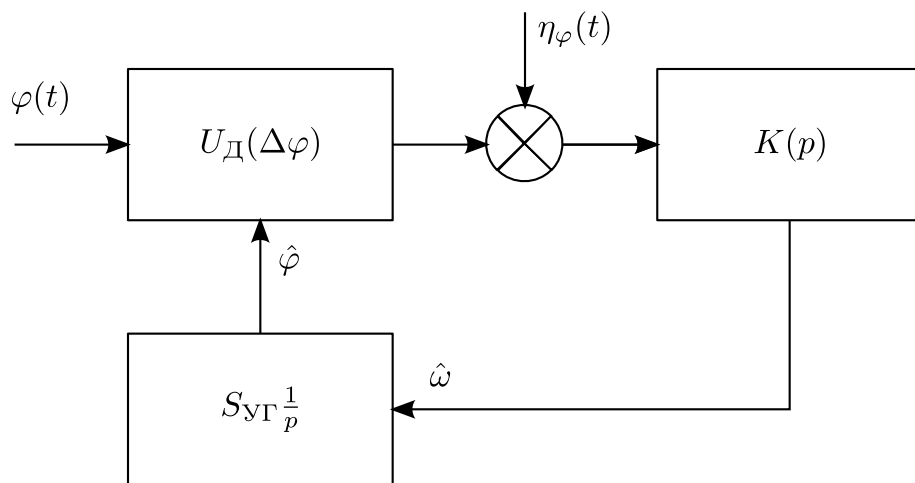


Рис. 22. Структурная схема линеаризованной модели ФАП

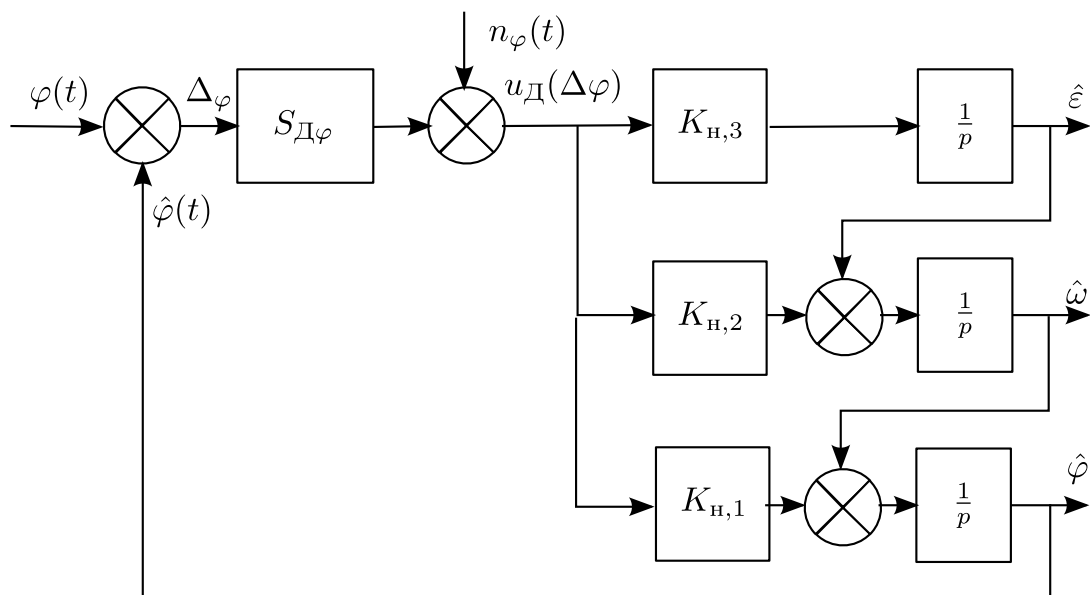


Рис. 23. Структурная схема системы ФАП 2 порядка

Обычно ФАП реализуют в дискретном виде. Уравнения фильтрации в дискретной форме обычно записываются в два этапа — этап экстраполяции и этап фильтрации. Уравнения экстраполяции 3 порядка имеют вид:

$$\begin{cases} \tilde{\varphi}_k = \hat{\varphi}_{k-1} + T\hat{\omega}_{k-1}; \\ \tilde{\omega}_k = \hat{\omega}_{k-1} + T\hat{\varepsilon}_{k-1}; \\ \tilde{\varepsilon}_k = \hat{\varepsilon}_{k-1}. \end{cases}$$

Уравнения фильтрации имеют вид:

$$\begin{cases} \hat{\varphi}_k = \tilde{\varphi}_k + K_1 \cdot u_{Д,\varphi}; \\ \hat{\omega}_k = \tilde{\omega}_k + K_2 \cdot u_{Д,\varphi}; \\ \hat{\varepsilon}_k = \tilde{\varepsilon}_k + K_3 \cdot u_{Д,\varphi}. \end{cases}$$

Коэффициенты дискретной системы можно получить из коэффициентов непрерывной системы следующим образом:

$$K_1 = K_{н1} \cdot T;$$

$$K_2 = K_{н2} \cdot T;$$

$$K_3 = K_{н3} \cdot T.$$

8.7 Ошибки слежения системы ФАП

В следящих системах ошибку слежения вызывают различные факторы. В зависимости от их природы существует подразделение на шумовую составляющую ошибки и динамическую составляющую.

Шумовая составляющая ошибки вызывается воздействием шумов наблюдений, присутствующие на входе приёмника. При анализе статистических характеристик дискриминаторов шумов на входе приёмника пе-

пересчитываются в эквивалентные шумы внутри системы слежения. Например, если использовать линеаризованную модель дискриминатора (рис. 21), то входные шумы пересчитываются к измеряемому параметру, то есть к фазе в данном случае. Такой подход наиболее удобен и позволяет легко рассчитать шумовую составляющую ошибки. Для её расчёта вводится шумовая полоса системы, а величина ошибки рассчитывается, как:

$$\sigma_{\text{ш}}^2 = \Delta F_{\text{ш}} S_n,$$

где $S_n = D_n \cdot T$ — спектральная плотность шумов наблюдений, приведённая ко входу дискриминатора. Более подробно методы анализа шумовой составляющей ошибки рассмотрены в [2], [1].

Вторая составляющая ошибки — динамическая ошибка слежения. Динамическая ошибка слежения имеет другую природу. Сглаживающий фильтр системы ФАП должен отслеживать процесс изменения фазы входного сигнала. Если полоса системы ФАП окажется слишком маленькой, то оценка фазы начнёт “запаздывать” относительно истинной фазы на входе. Это запаздывание не связано с шумами наблюдения и является причиной возникновения шумовой составляющей ошибки.

В качестве примера рассмотрим систему ФАП 3 порядка, на вход которой воздействует марковский процесс 3 порядка — процесс, для которого эта система оптимальна. Процесс изменения фазы задаётся следующим выражением:

$$\begin{cases} \frac{d\varphi}{dt} = \omega \cdot T; \\ \frac{d\omega}{dt} = \varepsilon \cdot T; \\ \frac{d\varepsilon}{dt} = \eta_\varphi; \end{cases} \quad (12)$$

где η_φ — формирующий белый гауссовский шум со спектральной плот-

ностью $S_{\eta\varphi}$.

В [1, с. 162] показано, как связать данную спектральную плотность с физически понятными величинами, характеризующими динамику движения. Если ускорение движения потребителя представляет собой экспоненциально коррелированный процесс с дисперсией ускорения σ_a^2 и постоянной времени процесса α , то данный процесс будет оказывать такое же влияние на ФАП 3 порядка, как и фаза согласно модели (12) со спектральной плотностью формирующего шума:

$$S_{\eta\varphi} = 2\sigma_a^2\alpha \left(\frac{\omega_0}{c}\right)^2,$$

где ω_0 — несущая частота сигнала, а c — скорость света. Постоянную времени корреляции процесса α обычно берут равной 0.1 с^{-1} . В этом случае дисперсия ускорения движения однозначно определяет спектральную плотность формирующего шума в модели (12).

Коэффициент передачи системы ФАП для динамической ошибки имеет вид:

$$K_{\eta\Delta\varphi}(j\omega) = \frac{(j\omega)^3}{(j\omega)^3 + K_1(j\omega)^2 + K_2(j\omega) + K_3}.$$

Как известно из курса радиоавтоматики, динамическую составляющую ошибки можно получить, взяв интеграл от произведения энергетического спектра входного процесса на коэффициент передачи системы по мощности:

$$\sigma_{\Delta}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{S_{\eta\varphi}}{\omega^6} \left| \frac{(j\omega)^3}{(j\omega)^3 + K_1(j\omega)^2 + K_2(j\omega) + K_3} \right|^2 d\omega.$$

Используя метод, описанный в [2], получим дисперсию динамической ошибки слежения:

$$\sigma_{\Delta}^2 = S_{\eta\varphi} \frac{K_{н,1}}{2K_{н,3}(K_{н,1}K_{н,2} - K_{н,3})}$$

Можно подставить в данное выражение значение коэффициентов передачи, выраженное через шумовую полосу системы ФАП:

$$\sigma_{\text{Д}}^2 = \frac{S_{\eta\varphi}}{5 (5/6 \cdot \Delta F_{\text{ш}})^5}.$$

Таким образом, зависимость динамической составляющей ошибки от шумовой полосы существенно отличается от зависимости шумовой составляющей ошибки от полосы — динамическая составляющая ошибки уменьшается с ростом полосы. Это объясняется тем, что динамическая составляющая ошибки вызывается “запаздыванием” оценки фазы от истинного процесса на входе. Чем меньше полоса системы, тем более инерционный фильтр, тем больше запаздывание.

Суммарная дисперсия ошибки слежения — сумма шумовой и динамической составляющих ошибки:

$$\sigma^2 = \sigma_{\text{Д}}^2 + \sigma_{\text{Ш}}^2 = \Delta F_{\text{ш}} 2\sigma_n^2 + \frac{S_{\eta\varphi}}{5 (5/6 \cdot \Delta F_{\text{ш}})^5}$$

Рассмотрим зависимость полной ошибки слежения от шумовой полосы ФАП при разных значениях отношения сигнал/шум на входе (рис. 24). График получен при маленькой динамике движения $\sigma_a = 1 \text{ м/с}^2$. Из данного графика видно, что график имеет точку минимума — значение полосы ФАП, при котором ошибка слежения минимальна. Необходимо, чтобы система работала в данной точке. При увеличении отношения сигнал/шум на входе доля шумовой составляющей ошибки уменьшается, поэтому оптимальное значение полосы увеличивается.

На рис. 25 приведена зависимость полной ошибки слежения от полосы при разной динамике изменения входной фазы при $q_{c/n_0} = 20 \text{ дБГц}$. При увеличении динамики изменения фазы доля динамической ошибки увеличивается. Чтобы скомпенсировать это, необходимо увеличивать

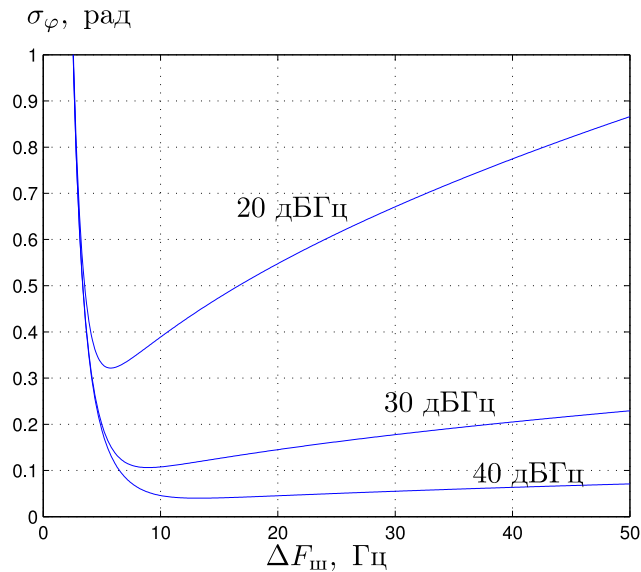


Рис. 24. Зависимость полной ошибки слежения от шумовой полосы ФАП
полосу ФАП.

Лекция 9 Система слежения за частотой

Некогерентный режим работы НАП отличается от когерентного тем, что вместо оценки фазы несущей осуществляется оценка частоты. Таким образом, вместо системы фазовой автоподстройки используется система частотной автоподстройки, ЧАП.

Функциональная схема системы ЧАП не отличается от любой другой следящей системы и приведена на рис. 26. Система содержит частотный дискриминатор, сглаживающий фильтр и управляемый генератор.

9.1 Частотный дискриминатор

Для синтеза частотного дискриминатора необходимо взять производную от функции правдоподобия. Информативными параметрами в неко-

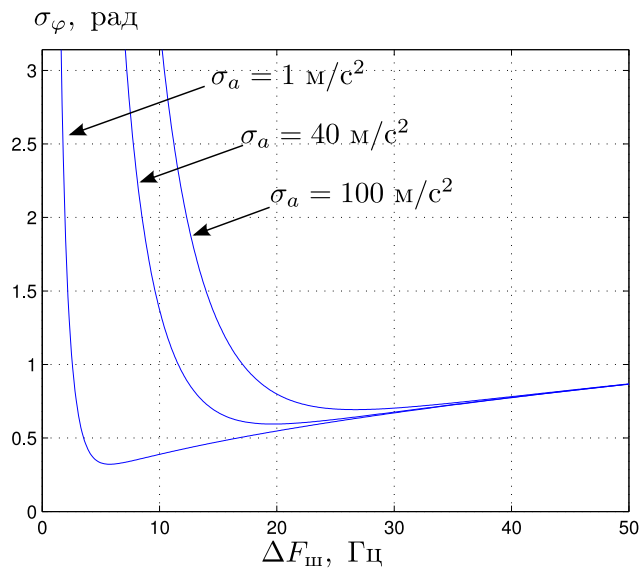


Рис. 25. Зависимость полной ошибки слежения от шумовой полосы ФАП

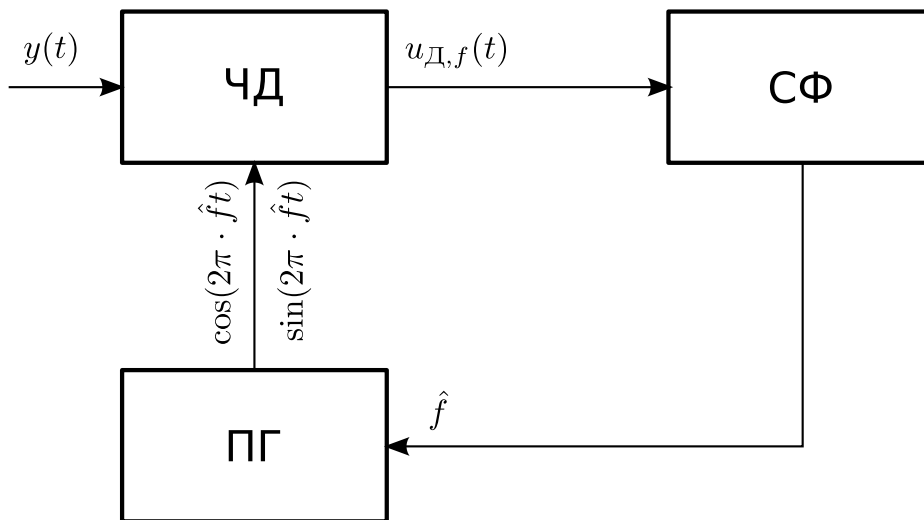


Рис. 26. Функциональная схема системы ЧАП

герентном приёмнике полагаются частота и задержка, а фаза считается неинформативным параметром. Для синтеза дискриминаторов некогерентного приёмника необходимо усреднить функцию правдоподобия по фазе. Для этого необходимо представить сигнальную функцию в виде:

$$y(t_{k,i}) = AG_{\text{ДК}}(t_{k,i} - \tau) \cos(\omega_0 t_{k,i} + \omega_k T_{\text{Дл}} l + \pi\theta_{\text{НС}} + \varphi_k)$$

При этом предполагается, что параметры сигнала на интервале времени $t \in [t_k; t_{k+1}]$ постоянны.

Информация о фазе в некогерентном режиме теряется, поэтому можно считать фазу φ_k случайной равномерно распределённой на интервале $[-\pi; \pi]$. Значение символа навигационного сообщения также считается случайной величиной, принимающей значения $\{0; 1\}$ с равной вероятностью и постоянной на интервале $t \in [t_k; t_{k+1}]$. В этом случае можно ввести суммарную начальную фазу на интервале $\phi_k = \pi\theta_k + \varphi_k$, которая будет иметь равномерное распределение в диапазоне $[0; 2\pi]$.

С учётом введённого обозначения сигнальная функция примет вид:

$$y(t_{k,i}) = AG_{\text{ДК}}(t_{k,i} - \tau) \cos(\omega_0 t_{k,i} + \omega_k T_{\text{Дл}} i + \phi_k).$$

Результат усреднения функции правдоподобия по фазе известен [1]:

$$p(\mathbf{Y}_k | \omega_k, \tau_k) = c I_0(X(\omega_k, \tau_k)),$$

где $I_0(x)$ — функция Бесселя нулевого порядка мнимого аргумента,

$$\begin{aligned} X(\omega_k, \tau_k) &= \sqrt{I^2(\omega_k, \tau_k) + Q^2(\omega_k, \tau_k)}, \\ I(\omega_k, \tau_k) &= \frac{A}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y(t_{k,i}) G_{\text{ДК}}(t_{k,i} - \tau_l) \cos(\omega_0 t_{k,i} + \omega_k T_{\text{Дл}} l), \\ Q(\omega_k, \tau_k) &= \frac{A}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y(t_{k,i}) G_{\text{ДК}}(t_{k,i} - \tau_l) \sin(\omega_0 t_{k,i} + \omega_k T_{\text{Дл}} l). \end{aligned} \tag{13}$$

Для синтеза частотного дискриминатора необходимо взять производную по частоте ω_k от функции правдоподобия (13):

$$u_{Д,\omega} = \frac{I_1(X(\omega_k, \tau_k))}{I_0(X(\omega_k, \tau_k))} \frac{\partial X(\omega_k, \tau_k)}{\partial \omega},$$

где $I_1(x)$ — модифицированная функция Бесселя первого порядка мнимого аргумента.

Полученное выражение дискриминаторов содержит функции Бесселя, которые сложно реализовать в реальной аппаратуре, поэтому обычно идут различные упрощения алгоритма. При большом отношении сигнал/шум выполняется приближённое равенство:

$$\frac{I_1(X(\omega_k, \tau_k))}{I_0(X(\omega_k, \tau_k))} \approx 1$$

В этом случае дискриминатор можно упростить до вида:

$$u_{Д,\omega} = I(\omega_k, \tau_k) I'(\omega_k, \tau_k) + Q(\omega_k, \tau_k) Q'(\omega_k, \tau_k) \quad (14)$$

где

$$I'(\omega_k, \tau_k) = \frac{A}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y(t_{k,i}) G_{ДК}(t_{k,i} - \tau_l) \cdot T_{Дl} \cdot \cos(\omega_0 t_{k,i} + \omega_k T_{Дl}),$$

$$Q'(\omega_k, \tau_k) = \frac{A}{\sigma_n^2} \sum_{i=0}^{M-1} y(t_{k,i}) G_{ДК}(t_{k,i} - \tau_l) \cdot T_{Дl} \cdot \sin(\omega_0 t_{k,i} + \omega_k T_{Дl}).$$

Таким образом, реализация данного дискриминатора требует введения двух дополнительных компонент коррелятора.

В [1] можно найти статистические характеристики данного дискриминатора. Дискриминационная характеристика определяется выражением:

$$U_{Д,\omega} = 4q_{c/n_0}^2 T^3 \rho^2(\Delta\tau) \operatorname{sinc}(\Delta\omega T/2) \frac{\operatorname{sinc}(\Delta\omega T/2) - \cos(\Delta\omega T/2)}{\Delta\omega T}.$$

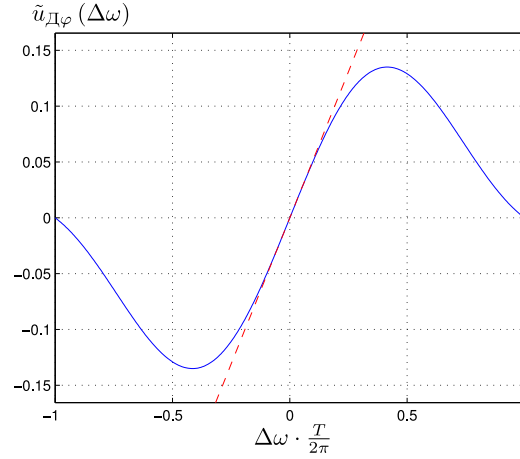


Рис. 27. Дискриминационная характеристика оптимального частотного дискриминатора

На рис. 27 приведена дискриминационная характеристика данного дискриминатора.

Крутизна дискриминационной характеристики — наклон характеристики при нулевой расстройке, равна:

$$S_{D,\omega} = \frac{1}{3} q_{c/n_0}^2 T^4 \rho^2 (\Delta\tau)$$

Дисперсия эквивалентных шумов на выходе дискриминатора равна ([1, Пб.58] с учётом отличий в (14)):

$$D_{n,\omega} = \frac{4}{6} q_{c/n_0}^3 T^5 \rho^2 (\Delta\tau) \left(1 + \frac{1}{q_{c/n_0} T \rho^2 (\Delta\tau)} \right)$$

Для анализа системы слежения за частотой обычно используют линеаризацию эквивалента дискриминатора частоты и пересчёт шумов наблюдения на входе к измеряемому параметру, как это было сделано для системы ФАП (рис. 21). Дисперсия шумов наблюдений, пересчитанная ко входу частотного дискриминатора, имеет вид:

$$\sigma_{n,\omega}^2 = \frac{D_{n,\omega}}{S_{D,\omega}^2} = 6 \frac{1}{T^2} \frac{1}{q_{c/n_0} T \rho^2 (\Delta\tau)} \left(1 + \frac{1}{q_{c/n_0} T \rho^2 (\Delta\tau)} \right) \quad (15)$$

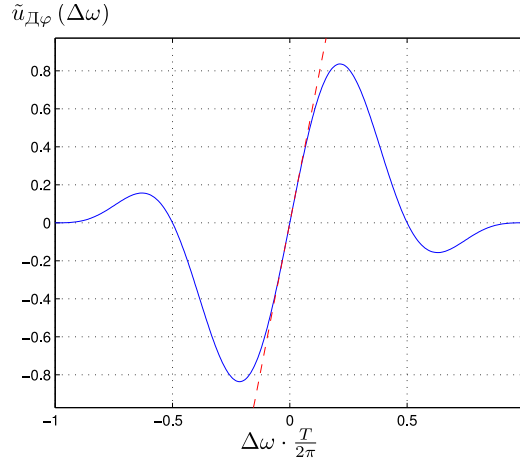


Рис. 28. Дискриминационная характеристика оптимального частотного дискриминатора

Проблема дискриминатора (14) заключается в том, что для него необходимо формировать дополнительные составляющие I'_k и Q'_k на выходе коррелятора. Обычно количество компонент на выходе коррелятора стараются уменьшить, поэтому желательно использовать дискриминатор на основе стандартных компонент I_k и Q_k . Такой дискриминатор существует и наиболее часто используется на практике [1]:

$$u_{д,\omega} = I(\omega_k, \tau_k) \cdot Q(\omega_{k-1}, \tau_{k-1}) - Q(\omega_k, \tau_k) \cdot I(\omega_{k-1}, \tau_{k-1})$$

В данном дискриминаторе используются обычные выходы коррелятора для двух соседних интервалов времени.

Дискриминационная характеристика дискриминатора данного типа определяется выражением:

$$U_{д,\omega}(\Delta\omega_k) = 4q_{c/n_0}^2 T^2 \rho(\Delta\tau_k) \rho(\Delta\tau_{k-1}) \text{sinc}^2(\Delta\omega_k T/2) \sin(\Delta\omega_k T/2).$$

Данная дискриминационная характеристика приведена на рис. 28.

После некоторых упрощений крутизна данного дискриминатора рав-

на:

$$S_{Д,\omega} = 4q_{c/n_0}^2 T^3 \rho^2(\Delta\tau_k)$$

Дисперсия эквивалентных шумов наблюдения на выходе данного дискриминатора имеет вид:

$$D_{Д,\omega} = 16q_{c/n_0} T^3 \rho(\Delta\tau_k) \rho(\Delta\tau_{k-1}) \left(1 + \frac{1}{2q_{c/n_0} T \rho(\Delta\tau_k) \rho(\Delta\tau_{k-1})} \right)$$

В линеаризованной модели дискриминатора шумы наблюдений можно привести к его входу, в результате чего получено:

$$\sigma_{n,\omega}^2 = \frac{D_{n,\omega}}{S_{Д,\omega}^2} = \frac{1}{T^2} \frac{1}{q_{c/n_0} T \rho^2(\Delta\tau)} \left(1 + \frac{1}{2q_{c/n_0} T \rho^2(\Delta\tau)} \right) \quad (16)$$

Сравним данное выражение с (15). Можно видеть, что дисперсия шумов, приведённых ко входу в данном дискриминаторе в 6 раз меньше. Но при этом нужно учитывать, что дискриминатор со сдвигом во времени требует в два раза больше времени на накопление в корреляторе. Если привести дискриминаторы к эквивалентным условиям, т.е. увеличить время накопления T в дискриминаторе (14) в два раза, то дисперсия шумов в оптимальном дискриминаторе будет в $\frac{4}{3}$ раза меньше. Таким образом, оптимальный дискриминатор выигрывает у дискриминатора со сдвигом компонент 1.2 дБ. Однако дискриминатор со сдвигом компонент проще в реализации, поэтому обычно его применяют на практике.

9.2 Сглаживающий фильтр

В системе слежения за частотой обычно используют сглаживающий фильтр 2 порядка. Структурная схема системы ЧАП со сглаживающим фильтром 2 порядка приведена на рис. 29.

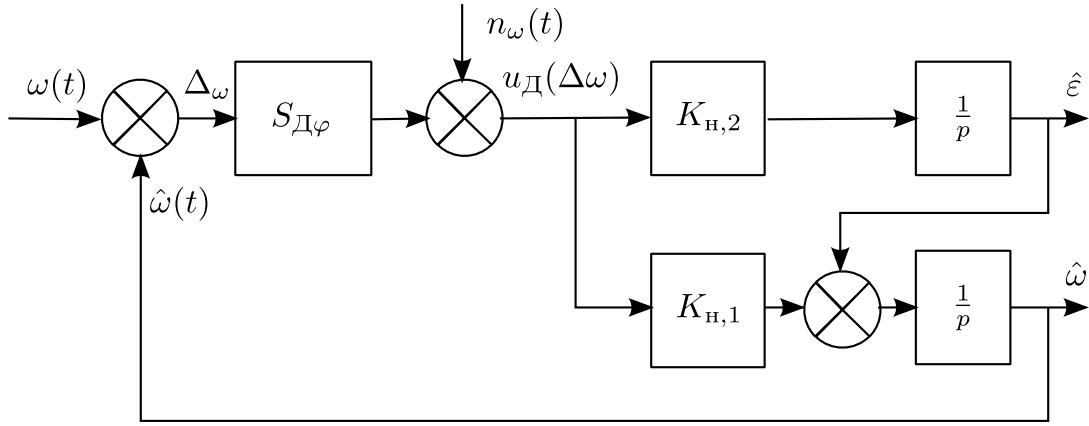


Рис. 29. Структурная схема системы ЧАП

Фильтр системы ЧАП в непрерывном времени определяется выражениями:

$$\begin{cases} \frac{d\omega}{dt} = \varepsilon T + K_{н,1} U_{Д,\omega} / S_{Д,\omega}; \\ \frac{d\varepsilon}{dt} = K_{н,2} U_{Д,\omega} / S_{Д,\omega}; \end{cases}$$

Коэффициенты передачи системы ЧАП можно выразить через полосу системы:

$$\begin{aligned} K_{н,1} &= \frac{4\sqrt{2}}{3} \Delta F_{ш}, \\ K_{н,1} &= \frac{32}{9} (\Delta F_{ш})^2. \end{aligned} \quad (17)$$

При переходе к дискретному времени уравнения фильтрации обычно выполняются в два этапа. На первом этапе осуществляется экстраполяция оценок:

$$\begin{cases} \tilde{\omega}_k = \hat{\omega}_{k-1} + T \cdot \hat{\varepsilon}_{k-1}, \\ \tilde{\varepsilon}_k = \hat{\varepsilon}_{k-1}. \end{cases}$$

На втором этапе осуществляется фильтрация:

$$\begin{cases} \hat{\omega}_k = \tilde{\omega}_k + K_1 u_{Д,\omega} / S_{Д,\omega}, \\ \hat{\varepsilon}_k = \tilde{\varepsilon}_k + K_2 u_{Д,\omega} / S_{Д,\omega}, \end{cases}$$

Связь между коэффициентами непрерывной системы ЧАП и дискретной системы:

$$K_1 = K_{н,1} \cdot T$$

$$K_2 = K_{н,2} \cdot T$$

9.3 Анализ ошибок слежения за частотой

Дисперсия шумовой ошибки слежения за частотой определяется выражением:

$$\sigma_{ш}^2 = \Delta F_{ш} 2S_{n,\omega} = \Delta F_{ш} 2T \cdot \sigma_{n,\omega}^2.$$

Для анализа динамической составляющей ошибки воспользуемся той же моделью входного процесса, что и для системы ФАП (12), только в качестве входного процесса для системы будет выступать частота, а не фаза. Коэффициент передачи фильтра от частоты к ошибке слежения имеет вид:

$$K_{\omega\Delta\omega}(j\omega) = \frac{(j\omega)^2}{(j\omega)^2 + K_{н,1}(j\omega) + K_{н,2}}.$$

Динамическая составляющая ошибки может быть получена, как:

$$\sigma_{Д}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{S_{\eta\varphi}}{\omega^4} \left| \frac{(j\omega)^2}{(j\omega)^2 + K_{н,1}(j\omega) + K_{н,2}} \right|^2 d\omega$$

Используя метод, описанный в [2], получим дисперсию динамической составляющей ошибки:

$$\sigma_{Д}^2 = S_{\eta\varphi} \frac{1}{2K_{н,1}K_{н,2}}$$

Если подставить сюда значения коэффициентов (17), то получим выражение дисперсии динамической составляющей ошибки через шумовую полосу ЧАП:

$$\sigma_{Д}^2 = \frac{27}{256} \frac{S_{\eta\varphi}}{\Delta F_{ш}^3}$$

Аналогично системе ФАП, при уменьшении шумовой полосы дисперсия динамической составляющей ошибки увеличивается.

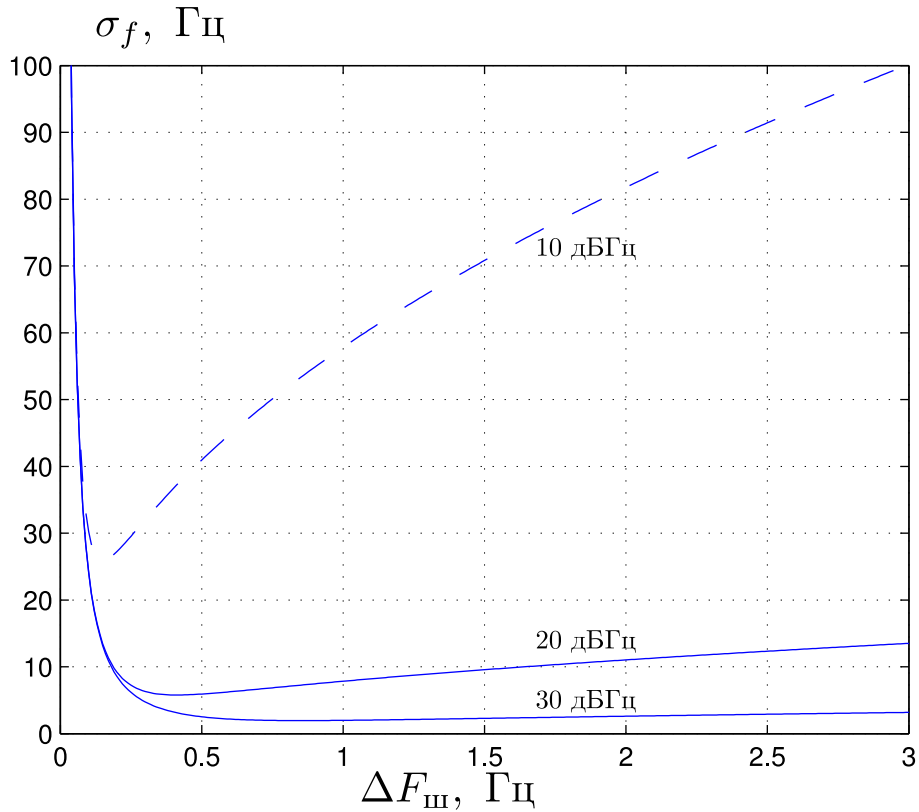


Рис. 30. Зависимость полной ошибки слежения от шумовой полосы ЧАП

Дисперсия полной ошибки слежения за частотой:

$$\sigma^2 = \sigma_{\text{ш}}^2 + \sigma_{\text{д}}^2 = \Delta F_{\text{ш}} 2T \cdot \sigma_{n,\omega}^2 + \frac{27}{256} \frac{S_{\eta\varphi}}{\Delta f_{\text{ш}}^3}.$$

На рис. 30 приведена зависимость ошибки слежения за частотой от полосы системы при разном значении отношения мощности сигнала к спектральной плотности шума и малой динамике ($\sigma_a = 1 \text{ м/с}^2$). Данная зависимость имеет минимум — значение полосы системы, при котором ошибка слежения минимальна. Необходимо выбирать полосу системы так, чтобы она работала в точке минимума ошибки слежения. Из графика видно, что при уменьшении отношения сигнал/шум на входе системы оптимальное значение шумовой полосы уменьшается. Это объясняется тем, что с уменьшением отношения сигнал/шум на входе увеличивает-

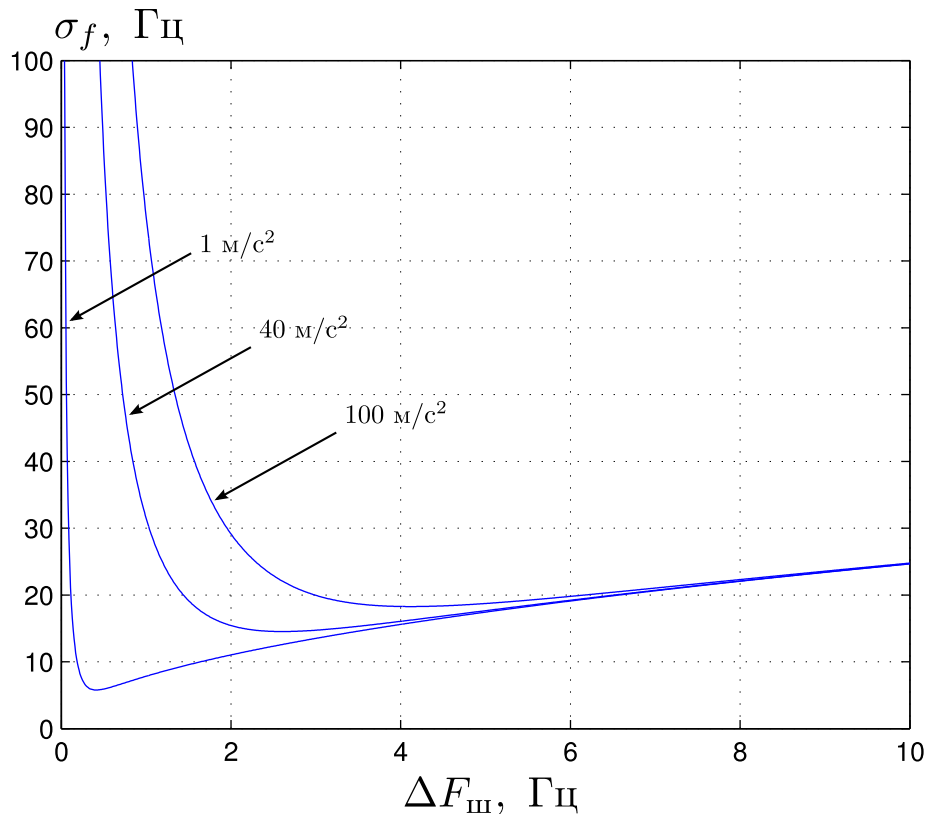


Рис. 31. Зависимость полной ошибки слежения от шумовой полосы ЧАП
 ся спектральная плотность эквивалентных шумов наблюдений на входе дискриминатора (15). Шумовая составляющая ошибки увеличивается и для компенсации этого полосу системы надо уменьшать.

На рис. 31 приведена зависимость полной ошибки слежения за частотой от полосы системы при разной динамике изменения входного процесса при $q_c/n_0 = 20$ дБГц. Из данного графика видно, что при уменьшении динамики изменения частоты полосу системы ЧАП можно уменьшать.

Лекция 10 Система слежения за задержкой

Для работы коррелятора навигационного приёмника необходимо формировать опорный дальномерный код. Структура дальномерного ко-

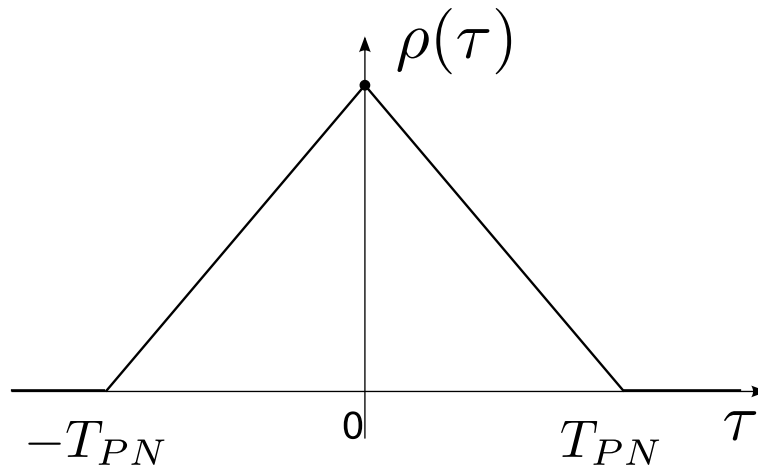


Рис. 32. Корреляционная функция дальномерного кода

да известна, и единственным неизвестным параметром является задержка сигнала. В начале работы задержка определяется при поиске сигнала. После поиска в работу вступает система слежения за задержкой (ССЗ).

Система слежения за задержкой содержит те же блоки, что и другие следящие системы — дискриминатор, сглаживающий фильтр и управляемый генератор.

10.1 Дискриминатор задержки

Для синтеза дискриминатора системы слежения за задержкой необходимо взять производную от функции правдоподобия (9) по задержке. Отличие от частоты и фазы заключается в том, что зависимость функции правдоподобия от задержки описывается корреляционной функцией дальномерного кода $\rho(\Delta\tau)$, а данная зависимость — ломанная кривая (рис. 32). Для данной функции производная не определена в ряде точек, в частности, при нулевой расстройке по задержке. Поэтому обычно вместо взятия производной используют разностную функцию. В результате

дискриминатор задержки определяется следующим выражением:

$$u_{Д,τ} = \frac{1}{\Delta T} \operatorname{th}(I_k) \cdot (I_{E,k} - I_{L,k}), \quad (18)$$

где $I_{E,k}$ и $I_{L,k}$ — компоненты на выходе коррелятора со сдвинутым опорным сигналом:

$$I_{E,k} = \frac{2}{N_0} \int_{t_k}^{t_{k+1}} (t - t_k) y(t) AG_{ДК}(t - \tau + \Delta T/2) \cos((\omega_0 + \omega_{доп})t + \varphi) dt$$

$$I_{L,k} = \frac{2}{N_0} \int_{t_k}^{t_{k+1}} (t - t_k) y(t) AG_{ДК}(t - \tau - \Delta T/2) \cos((\omega_0 + \omega_{доп})t + \varphi) dt$$

Входящее в выражение дискриминатора (18) функция гиперболического гипертангенса $\operatorname{th}(x)$ сложна для практической реализации. Поэтому обычно используют одно из приближений гипертангенса. Функция $\operatorname{th}(x)$ (рис. 33) при большом отношении сигнал/шум может быть заменена на функцию $\operatorname{sinc}(x)$, а при малом отношении сигнал/шум — на x .

Рассмотрим далее дискриминатор задержки когерентного приёмника при малом отношении сигнал/шум, он описывается выражением:

$$u_{Д,τ} = I_k \cdot (I_{E,k} - I_{L,k}), \quad (19)$$

Дискриминационная характеристика данного дискриминатора (в соответствии с [1, с. 266]):

$$u_{Д,τ} = 4q_{c/n_0}^2 T^2 \cos^2(\Delta\varphi) \rho(\Delta\tau) \rho(\Delta\tau - \Delta T/2) \rho(\Delta\tau + \Delta T/2). \quad (20)$$

Крутизна дискриминационной характеристики — наклон при нулевой расстройке по частоте:

$$S_{Д,τ} = \frac{8}{T_{PN}} q_{c/n_0}^2 T^2 \cos^2(\Delta\varphi),$$

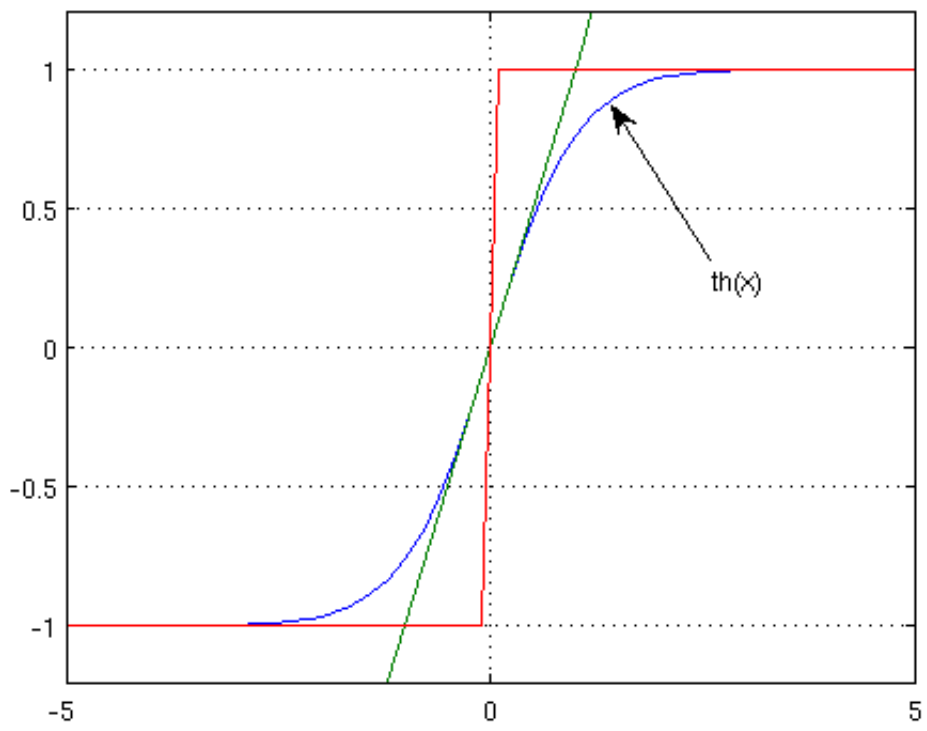


Рис. 33. График гипертангенса

где T_{PN} — длительность символа дальномерного кода.

Флуктуационная характеристика дискриминатора определяется выражением:

$$D_{Д,\tau} = 16q_{c/n_0}^3 T^3 \left(1 + \frac{1 - \rho(\Delta\tau)}{2q_{c/n_0} T} \right)$$

В соответствии с ранее принятой методикой, при использовании линеаризованного эквивалента дискриминатора можно пересчитать шумы наблюдений к измеряемому параметру (при нулевых расстройках по остальным параметрам):

$$\sigma_{n_{Д,\tau}}^2 = D_{Д,\tau} / S_{Д,\tau}^2 = \frac{1}{4q_{c/n_0} T} T_{PN}^2 \left(1 + \frac{1 - \rho(\Delta\tau)}{2q_{c/n_0} T} \right) \quad (21)$$

Рассмотренный выше дискриминатор получен путём дифференцирования функции правдоподобия (9), не усреднённой по фазе, потому данный дискриминатор применим только в когерентном режиме. Представляет интерес также построение некогерентного дискриминатора задержки, который можно было бы использовать совместно с системой ЧАП. Для этого нужно взять производную по задержке от функции правдоподобия, усреднённой по фазе (13). В результате данной операции можно получить оптимальный дискриминатор задержки, но он достаточно сложен в реализации. На практике обычно используются его упрощённые варианты, вот один из них [1, с. 266]:

$$u_{Д\tau} = I_k \cdot (I_{E,k} - I_{L,k}) + Q_k \cdot (Q_{E,k} - Q_{L,k}),$$

где

$$Q_{E,k} = \frac{2}{N_0} \int_{t_k}^{t_{k+1}} (t - t_k) y(t) AG_{ДК}(t - \tau + \Delta T/2) \sin((\omega_0 + \omega_{доп})t + \varphi) dt$$

$$Q_{L,k} = \frac{2}{N_0} \int_{t_k}^{t_{k+1}} (t - t_k) y(t) AG_{ДК}(t - \tau - \Delta T/2) \sin((\omega_0 + \omega_{доп})t + \varphi) dt$$

Данный дискриминатор отличается наличием второго слагаемого. Систематическая составляющая первого слагаемого пропорциональна $\cos^2(\Delta\varphi)$ (см. (19)), а систематическая составляющая второго слагаемого пропорциональна $\sin^2(\Delta\varphi)$, таким образом, в результате получается независимость от рассогласования по фазе, т.к. $\cos^2(\Delta\varphi) + \sin^2(\Delta\varphi) = 1$.

Дискриминационная характеристика данного дискриминатора описывается выражением:

$$U_{\mathcal{D},\tau}(\Delta\tau) = 4q_{c/n_0}^2 T^2 \operatorname{sinc}(\Delta\omega T/2) \rho(\Delta\tau) (\rho(\Delta\tau - \Delta T/2) - \rho(\Delta\tau + \Delta T/2))$$

Крутизна данной дискриминационной характеристики описывается выражением:

$$S_{\mathcal{D},\tau} = \frac{8}{T_{PN}} q_{c/n_0}^2 T^2 \operatorname{sinc}(\Delta\omega T/2)$$

Дисперсия эквивалентных шумов наблюдений на выходе данного дискриминатора равна:

$$D_{\mathcal{D},\tau} = 32q_{c/n_0}^3 T^3 \left(1 + \frac{1 - \rho(\Delta\tau)}{2q_{c/n_0} T} \right)$$

Приведём дисперсию шумов наблюдения ко входу дискриминатора:

$$\sigma_{n_{\mathcal{D},\tau}}^2 = D_{\mathcal{D},\tau} / S_{\mathcal{D},\tau}^2 = \frac{1}{2q_{c/n_0} T} T_{PN}^2 \left(1 + \frac{1 - \rho(\Delta\tau)}{2q_{c/n_0} T} \right)$$

Сравнивая данное выражение с (21) можно отметить, что в некогерентном дискриминаторе задержки дисперсия шумов в два раза выше.

10.2 Автономная система слежения за задержкой

Можно построить систему слежения за задержкой сигнала так, как это было сделано для ФАП и ЧАП. В качестве примера рассмотрим систему ССЗ 3 порядка.

Коэффициенты передачи фильтра 3 порядка могут быть выражены через полосу системы:

$$\begin{aligned} K_{Н,1} &= 2 \left(\frac{5}{6} \Delta f_{ш} \right); \\ K_{Н,2} &= 2 \left(\frac{5}{6} \Delta f_{ш} \right)^2; \\ K_{Н,3} &= \left(\frac{5}{6} \Delta f_{ш} \right)^3; \end{aligned} \quad (22)$$

Рассчитаем характеристики данной системы. Ошибка слежения за задержкой складывается из шумовой и динамической составляющих.

Шумовая составляющая ошибки слежения определяется следующим образом.

$$\sigma_{ш,\tau}^2 = \Delta F_{ш} \cdot 2T \sigma_{n_{д,\tau}}^2.$$

Таким образом, дисперсия шумовой составляющей ошибки слежения растёт прямо пропорционально полосе системы.

Динамическая составляющая ошибки слежения вызывается инерционностью фильтра, “запаздыванием” оценки относительно входного процесса задержки. Фаза сигнала и задержка связаны друг с другом через длину волны. Поэтому можно взять модель фазы в виде случайного процесса 3 порядка (12), как в ФАП, и пересчитать данную модель в задержку:

$$\begin{cases} \frac{d\tau}{dt} = \nu, \\ \frac{d\nu}{dt} = \epsilon, \\ \frac{d\epsilon}{dt} = \eta_{\epsilon}(t), \end{cases}$$

где τ — задержка сигнала, ν — производная задержки сигнала (пропорциональна взаимной скорости), ϵ — вторая производная задержки (пропорциональна взаимному ускорению), $\eta_{\epsilon}(t)$ — формирующий белый гауссовский шум, спектральная плотность которого аналогично модели

фазы (12) определяется дисперсией ускорения движения потребителя σ_a^2 :

$$S_{\eta\epsilon} = 2 \left(\frac{\sigma_a}{c} \right)^2 \alpha,$$

где постоянную времени корреляции процесса α обычно берут равной 0.1 с^{-1} , а c — скорость света.

Коэффициент передачи от входа системы к ошибки определяется выражением:

$$K_{\tau\Delta\tau}(j\omega) = \frac{(j\omega)^3}{(j\omega)^3 + K_1(j\omega)^2 + K_2(j\omega) + K_3}.$$

Используя методику, описанную в [2], можно рассчитать величину динамической ошибки слежения за задержкой:

$$\sigma_{\text{Д}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{S_{\eta\epsilon}}{\omega^6} \left| \frac{(j\omega)^3}{(j\omega)^3 + K_1(j\omega)^2 + K_2(j\omega) + K_3} \right|^2 d\omega.$$

$$\sigma_{\text{Д}}^2 = S_{\eta\epsilon} \frac{K_{\text{н},1}}{2K_{\text{н},3}(K_{\text{н},1}K_{\text{н},2} - K_{\text{н},3})}$$

Подставив сюда значения коэффициентов, получим выражение через полюсу системы:

$$\sigma_{\text{Д},\tau}^2 = \frac{S_{\eta\epsilon}}{5(5/6 \cdot \Delta F_{\text{ш}})^5}$$

Подставив в данное выражение коэффициенты передачи фильтра, можно получить зависимость динамической составляющей ошибки от шумовой полосы системы.

Дисперсия суммарной ошибки слежения складывается из дисперсии шумовой и динамических составляющих:

$$\sigma_{\tau}^2 = \sigma_{\text{ш},\tau}^2 + \sigma_{\text{Д},\tau}^2 = \Delta F_{\text{ш}} 2\sigma_n^2 + \frac{S_{\eta\epsilon}}{5(5/6 \cdot \Delta F_{\text{ш}})^5}$$

Зависимость СКЗ ошибки слежения за задержкой от шумовой полосы приведена на рис. 34. На данном графике видно, что есть значение по-

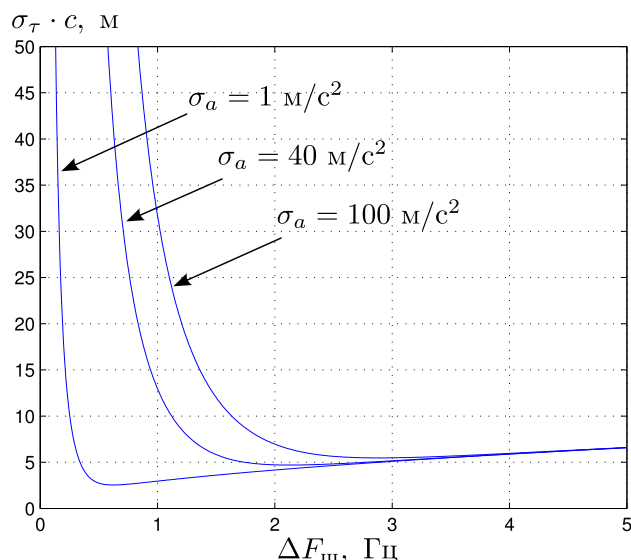


Рис. 34. Зависимость СКЗ ошибки слежения за задержкой от полосы системы

лосы, при котором ошибка слежения за задержкой минимальна. Необходимо, чтобы система работала в этой точке.

10.3 Комплексная ССЗ с поддержкой от ФАП

Чем меньше полоса системы, тем меньше шумовая составляющая ошибки. Но сужению полосы системы препятствует наличие динамической ошибки слежения. Если каким-то образом скомпенсировать динамическое воздействие, то динамическая составляющая ошибки уменьшится, что даст возможность сузить полосу и повысить чувствительность и помехоустойчивость системы.

Применительно к системе слежения за задержкой есть способ компенсации динамики движения. И система слежения за задержкой, и системы слежения за несущей — ФАП и ЧАП формируют оценку взаимной скорости движения между потребителем и спутником, только в разных едини-

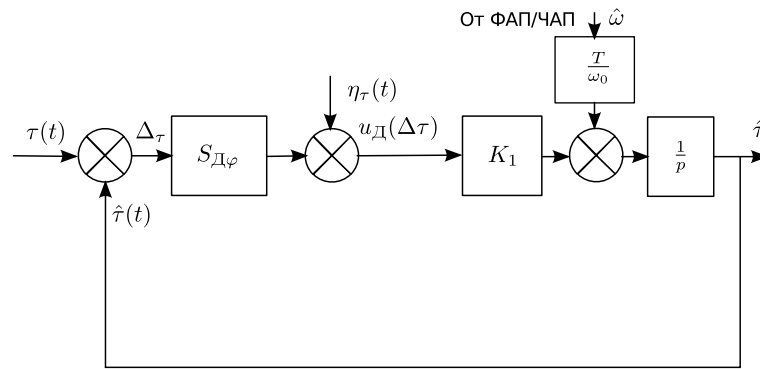


Рис. 35. Структура комплексной системы слежения за задержкой

цах. ССЗ измеряет производную от задержки, либо взаимную скорость (в зависимости от предпочтений проектировщиков), а системы ФАП и ЧАП — доплеровское смещение частоты, которое пропорционально взаимной скорости.

Если сравнить точность оценки скорости в системах ФАП, ЧАП и ССЗ, окажется, что точность оценки ССЗ самая низкая — на порядок ниже, чем в системах слежения за несущей. Это даёт возможность взять оценку скорости из ФАП или ЧАП и подать её в фильтр ССЗ, избавив, тем самым, ССЗ от отработки динамики изменения задержки. В результате после компенсации скорости останется оценить только саму задержку, что приведёт к системе ССЗ 1 порядка. Структура такой системы приведена на рис. 35.

Точность оценки задержки и помехоустойчивость данной системы выше, чем у автономной системы ССЗ, а в реализации она проще, поэтому практически всегда реализуется комплексная система слежения за задержкой с поддержкой от системы слежения за несущей.

Лекция 11 Декодирование навигационного сообщения

Одной из задач навигационного радиосигнала является передача навигационного сообщения. Навигационное сообщение — набор данных, необходимый НАП для решения навигационной задачи. Обычно сообщение содержит информацию о параметрах орбит спутников, текущее время и служебные данные.

В процессе формирования сигнала данные на спутнике сначала пропускаются через помехоустойчивое кодирование, а потом полученных потоков символов модулирует сигнал. В НАП обработка происходит в обратном порядке. Сначала из сигнала демодулируются символы данных, а потом данные выделяются в помехоустойчивом декодере.

11.1 Требуемая вероятность ошибки приёма данных

Вероятность ошибочного приёма данных зависит от ряда факторов — длительности символов данных, отношения мощности сигнала к спектральной плотности шума, типа используемого помехоустойчивого кодирования. Но прежде всего необходимо определиться с допустимой вероятностью ошибки.

В интерфейсных документах данная величина не задана, т.к. относится только к аппаратуре потребителя и проектировщик системы сам может выбирать вероятность, которую считает приемлемой. Как это осуществляется?

Информация, передаваемая в навигационном сообщении, делится на

оперативную и неоперативную. Оперативная информация — оцифровка шкалы времени и эфемериды текущего спутника, а неоперативная — альманахи, содержащие информацию о других спутниках и ряд других данных. Для решения навигационной задачи в целом необходимо принять полный объём оперативной информации.

Рассмотрим в качестве примера сигнал GPS C/A. Кадр навигационного сообщения, передающий полный пакет оперативной информации, длится 30 с и содержит 5 подкадров по 6 с. Только первые 3 подкадра несут оперативную информацию. Скорость передачи данных составляет 50 бит/с, поэтому в трёх подкадрах помещается $3 \times 6 \times 50 = 900$ бит данных. Если посмотреть другие системы и другие сигналы, везде оперативная информация занимает объём порядка 10^3 бит. Дальше необходимо задаться вероятностью успешного приёма навигационного сообщения в целом. Обычно приёмник принимает 10-20 навигационных сигналов, поэтому вероятность приёма сообщения в целом 0.1 слишком мала — практически наверняка в одном из сигналов сообщение будет принято неверно. Задавать слишком маленькую вероятность ошибочного приёма данных также неверно, т.к. платой за это будет чувствительность в режиме холодного старта. В результате можно выбрать компромисное решение — вероятность ошибки при приёме сообщения в целом 0.01. В этом случае допустимая вероятность ошибки при приёме отдельного символа будет порядка 10^{-5} . Эта величина будет использоваться при дальнейших расчётах.

11.2 Демодуляция навигационного сообщения

Рассмотрим сначала вопрос выделения потока данных из сигнала — демодуляцию.

В системах спутниковой радионавигации используется двухуровневая фазовая манипуляция. Структура сигнала имеет вид:

$$s(t) = A \cdot G_{\text{ДК}}(t - \tau) G_{\text{НС}}(t - \tau) \cos(\omega_0 t + \omega t + \varphi),$$

где A — амплитуда сигнала, $G_{\text{ДК}}(t)$ — функция модуляции сигнала дальномерным кодом, $G_{\text{НС}}(t)$ — функция модуляции сигнала навигационным сообщением, ω_0 — номинальное значение частоты сигнала, ω — отклонение частоты сигнала от номинала, φ — начальная фаза.

При решении задачи демодуляции сообщения предполагается, что уже есть оценка остальных параметров сигнала. Это предполагает слежение за сигналом в когерентном режиме, когда формируется оценка фазы и частоты сигнала. Система слежения за задержкой осуществляет оценку задержки и формирование опорного дальномерного кода. Также формируется оценка амплитуды входного сигнала. Необходимо выделить бинарное сообщение. Символы сообщения на входе считаются случайными, принимающими значения ± 1 с равной вероятностью.

С точки зрения теории оптимальной обработки сигнала задача сводится к расчёту функции правдоподобия для двух возможных значений символов и сравнению результатов. Таким образом, решающее правило имеет вид:

$$\hat{G}_{\text{НС}} = \begin{cases} +1, & p(\mathbf{Y}|G_{\text{НС}} = +1) \geq p(\mathbf{Y}|G_{\text{НС}} = -1), \\ -1, & p(\mathbf{Y}|G_{\text{НС}} = +1) < p(\mathbf{Y}|G_{\text{НС}} = -1). \end{cases} \quad (23)$$

Сигнал наблюдается на фоне белого гауссовского шума, а мощность сигнала не зависит от значения символа сообщения. Таким образом, функцию правдоподобия для k -го символа данных можно записать в виде:

$$p\left(\mathbf{Y}_{t_k}^{t_{k+1}}|G_{\text{НС}}\right) = c \exp\left\{-\frac{2}{N_0} \int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t)G_{\text{ДК}}(t)G_{\text{НС}} \cos(\omega t + \varphi) dt\right\}$$

Функция логарифма является монотонно растущей и не влияет на операцию сравнения двух чисел (23). Если подставить выражение для функции правдоподобия в (23) и взять от обеих частей неравенства логарифм, то получится сравнение корреляционных интегралов:

$$\hat{G}_{\text{НС}} = \begin{cases} +1, & -\int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t)G_{\text{ДК}}(t) \cos(\omega t + \varphi) dt \geq \\ & +\int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t)G_{\text{ДК}}(t) \cos(\omega t + \varphi) dt; \\ -1, & -\int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t)G_{\text{ДК}}(t) \cos(\omega t + \varphi) dt < \\ & +\int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t)G_{\text{ДК}}(t) \cos(\omega t + \varphi) dt. \end{cases}$$

Вводя обозначение $I_k = \int_{t_k}^{t_{k+1}} y(t)G_{\text{ДК}}(t)G_{\text{НС}} \cos(\omega t + \varphi) dt$ запишем правило в виде:

$$\hat{G}_{\text{НС}} = \begin{cases} +1, & I_k \geq 0, \\ -1, & I_k < 0. \end{cases}$$

Таким образом, для демодуляции сообщения необходимо компоненту на выходе синфазного коррелятора I_k , накопленного на длительности символа, сравнить с нулём.

Сложность заключается в том, что обычно длительность интервала накопления сигнала в корреляторе не совпадает с длительностью символа сообщения. В качестве примера, типичное время накопления сигнала в корреляторе для стандартных сигналов GPS и ГЛОНАСС составляет

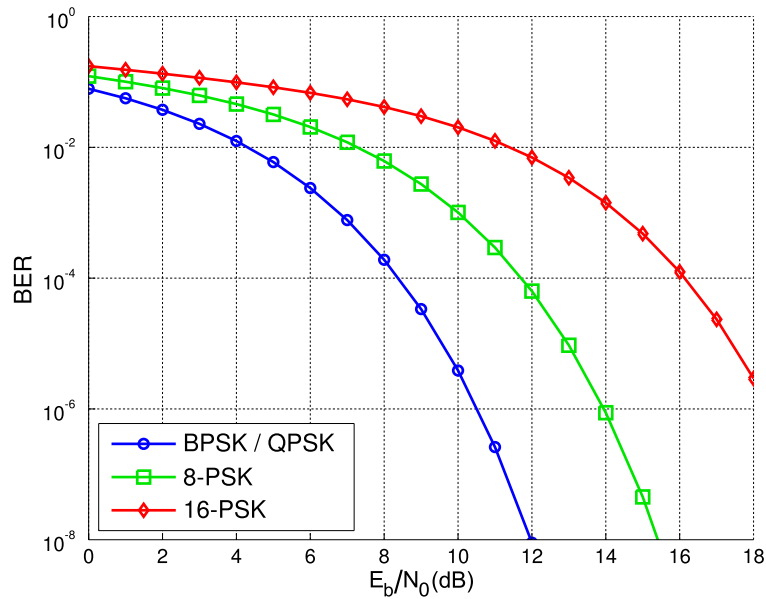


Рис. 36. Вероятность ошибки приёма символа данных

1 мс, в то время, как длительность символа данных равна 20 мс. Однако всегда интервалы накопления в корреляторе синхронизируются с положением символов данных. Таким образом, нужно определить границы символа данных, накопить отсчёты на выходе коррелятора, чтобы получить значение корреляционного интеграла на длительности всего символа и провести операцию сравнения.

Статистические характеристики алгоритма демодуляции данных определяются длительностью символов. На рис. 36 приведена зависимость вероятности ошибки приёма символа от отношения мощности сигнала к спектральной плотности шума для разных типов сигналов. Из данного графика можно видеть, что чем больше длительность символа (и меньше скорость передачи данных), тем меньшее требуется отношение мощности сигнала к спектральной плотности шума для достижения равной вероятности ошибки. Наименьшая вероятность ошибки наблюдается у сигналов GPS L1 C/A и ГЛОНАСС L1 ПТ, т.к. они обладают

наибольшей длительностью символов — 20 мс. Сигналы СРНС Galileo, длительность символов данных которой составляет 4 мс, обеспечивают тот же уровень ошибки 10^{-5} при 32 дБГц.

11.3 Декодирование навигационного сигнала

Как было сказано выше, в существующих системах спутниковой навигации ГЛОНАСС и GPS используются сигналы с двухуровневой фазовой модуляцией на π . Данные сигналы относятся к противоположным и вероятность ошибочного приёма символа определяется выражением:

$$P_{err} = \Phi \left(\sqrt{2 \frac{E_b}{N_0}} \right),$$

где $E_b = P_c \cdot T_b$ — энергия одного бита сообщения, N_0 — спектральная плотность аддитивного белого шума, $\Phi(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$. Отношение энергии символа к спектральной плотности шума

На рис. 37 изображена зависимость вероятности ошибочного приёма символа от отношения сигнал/шум.

Из данного графика видно, что вероятность ошибки существенно зависит от отношения сигнал/шум. Увеличение отношения сигнал/шум позволяет снизить вероятность ошибки. Допустимой вероятностью ошибки в спутниковой навигации считается величина порядка 10^{-5} . Из графика на рис. 37 видно, что для обеспечения данной вероятности ошибки необходимо отношение сигнал/шум на длительности символа навигационного сообщения порядка 9 дБ. Определим мощность сигнала на входе антенны, необходимую для обеспечения данной величины. Отношение сигнал/шум на длительности бита навигационных данных можно опре-

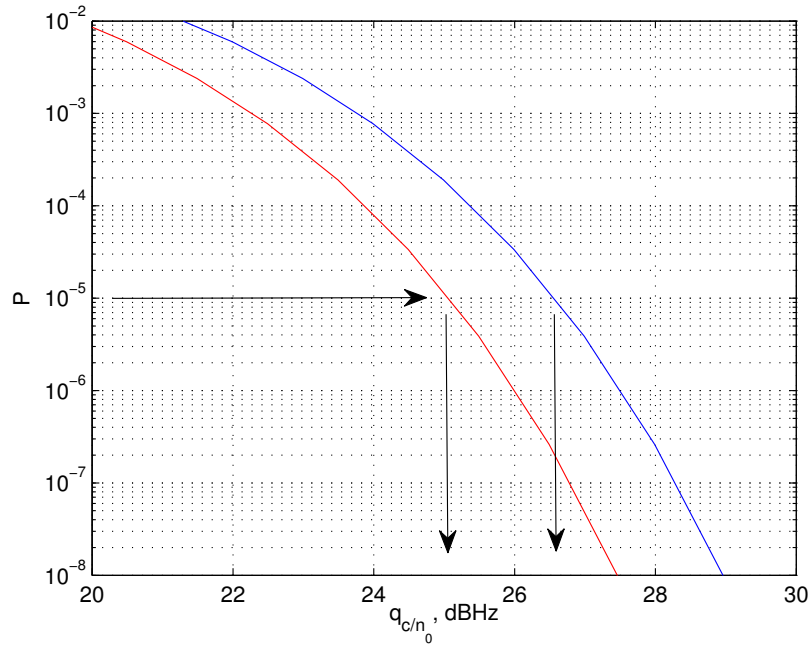


Рис. 37. Зависимость вероятности ошибочного приёма символа от отношения сигнал/шум.

делить по формуле:

$$Q = \frac{E_6}{N_0} = \frac{P_c \cdot T_6}{N_0} = q_{c/n_0} \cdot T_6,$$

где q_{c/n_0} — отношение мощности сигнала к спектральной плотности шума, T_6 — длительность символа навигационного сообщения. Необходимо уметь рассчитывать все эти отношения в уме в логарифмическом виде. Для этого возьмём 10 логарифмов от обеих частей этого выражения и получим:

$$10 \lg(Q) = 10 \lg(P_c) - 10 \lg(N_0) + 10 \lg(T_6).$$

Выразим отсюда величину мощности сигнала (в логарифмическом виде):

$$10 \lg(P_c) = 10 \lg(Q) + 10 \lg(N_0) - 10 \lg(T_6).$$

Требуемое отношение сигнал/шум на длительности символа равно 9 дБ.

Типовая спектральная плотность аддитивных шумов на входе приёмни-

ка -200 дБВт/Гц. Осталось взять 10 логарифмов от длительности символа сообщения. Длительность символа и в системе ГЛОНАСС, и в системе GPS составляет 20 мс. Эту величину можно представить в виде 2×0.01 , в логарифмическом виде это будет $3 - 20 = -17$ дБс. Исходя из всего этого, минимальная мощность сигнала на входе системы составляет:

$$10 \lg(P_c) = 9 + (-200) - (3 - 20) = -174 \text{ дБВт.}$$

Часто используется единица дБм, или “децибел милливатт”, эта величина на 30 больше, чем дБВт, в данном случае, -145 дБм. Кроме того, необходимо представлять себе соответствующее отношение мощности сигнала к спектральной плотности q_{c/n_0} . Данная величина составит:

$$q_{c/n_0} = -175 - (-200) = 26 \text{ дБГц.}$$

Именно эта величина обычно рассматривается, как нижняя граница декодирования навигационных данных как в системе ГЛОНАСС, так и GPS.

11.3.1 Помехоустойчивое кодирование

Хотя вероятность 10^{-5} кажется малой, это не так. В качестве примера рассмотрим сообщение системы GPS. Оно делится на подкадры, длительность каждого подкадра составляет 6 с. В одном кадре 5 подкадров, первые три из которых содержат непосредственно эфемеридные данные, необходимые для расчёта координат спутника. В 3 подкадрах получается $3 \times \frac{6}{20 \cdot 10^{-3}} = 900$ бит данных, поэтому вероятность возникновения ошибки на интервале приёма навигационного сообщения составляет уже $900 \times 10^{-5} \approx 0.01$, что уже достаточно значительно. Ошибка в эфемеридных данных может привести к неправильному определению координат

спутника, что повлечёт за собой ошибку в решении навигационной задачи. Причём в зависимости от того, в какой разряд и какую составляющую навигационного сообщения попадёт ошибка, величина погрешности навигационного решения может существенно различаться. С целью контроля этих ошибок в системах навигации используется помехоустойчивое кодирование.

11.3.2 Кодирование в системе ГЛОНАСС

Коды, используемые в системах ГЛОНАСС и GPS сходны. Рассмотрим в качестве примера кодирование сигналов в системе ГЛОНАСС, использующей коды Хэмминга. Данные коды относятся к классу блочных кодов, что означает, что кодирование и декодирование данных осуществляется в виде блоков. Для декодирования необходимо собрать эти блоки данных, поэтому должна быть система синхронизации с границами этих блоков. С этой целью в сигнале ГЛОНАСС используются метки времени — специальные кодовые последовательности, передаваемые в навигационном сообщении раз в 2 с. Весь интервал 2 с называется строкой навигационного сообщения, 1,7 с из которой передаётся навигационное сообщение, а остальные 0,3 с занимает метка времени.

На длительности 1,7 с уместается $\frac{1,7}{20 \cdot 10^{-3}} = 85$ бит. Из этих 85 бит первый всегда равен 0, что необходимо для разрешения неоднозначности по фазе на π — при приёме сигналов ФМ-2 все биты могут оказаться инвертированными. Последние 8 разрядов — биты проверки чётности, которые обозначим β_1, \dots, β_8 , а всё остальное — собственно навигационные данные, 76 бит. Биты навигационных данных вместе с нулевым начальным битом обозначим символами b_{77}, \dots, b_1 .



Рис. 38. Структура строки навигационного сообщения ГЛОНАСС

Код Хэмминга, используемый в системе ГЛОНАСС, позволяет корректировать одиночные ошибки и обнаруживать двойные. Алгоритм сводится к решению уравнений вида:

$$C_i = \beta_1 \otimes \left[\sum_J b_j \right]_{mod_2},$$

где C_i — проверочное число, соответствующее i -му контрольному биту сообщения b_i , $i = 1, \dots, 7$, J — множество номеров бит навигационного сообщения, по которым вычисляется данное выражение. Список данных бит в виде таблички приведён в интерфейсном контрольном документе ГЛОНАСС. Например, для первого контрольного бита данный список имеет вид: $j = 9, 10, 12, 13, 15, 17, 19, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 66, 68, 70, 72, 74, 76, 78, 80, 82, 84$.

В результате вычислений получается 8 проверочных чисел C_1, \dots, C_7 . Если все эти числа равны нулю, то принимается решение, что ошибки в слове отсутствуют. Если в слове есть ошибки, то часть проверочных чисел будет неравна нулю.

Что характерно для кода Хемминга, уравнения вычисления контрольных чисел подобраны таким образом, что если в принятом слове есть одиночная ошибка, то проверочные числа в двоичном коде дают номер бита принимаемого слова, в котором произошла ошибка. Свойство однозначного соответствия значения вычисленного контрольного числа и номера ошибочного бита данных позволяет реализовать механизм исправления ошибок. Если в результате вычислений оказывается, что не все контрольные числа равны нулю, то можно определить номер ошибочного символа, заменить его на противоположный и исправить ошибку. После этого все контрольные числа будут равны нулю.

Для данного механизма использовано 7 контрольных бит. Действительно, с помощью 7 бит можно закодировать $2^7 = 128$ чисел, а длина слова составляет 85 бит, таким образом, 7 бит достаточно. Однако в системе ГЛОНАСС контрольных бит не 7, а 8. Это позволяет кроме исправления одиночных ошибок ещё и проверять исправленный результат. Последнее проверочное число определяется путём выполнения операции “исключающее ИЛИ” над всеми 85 битами сообщения. Если после исправления ошибок последнее контрольное значение не равно нулю, значит в слове всё же есть ошибки. Это позволяет обнаруживать двойные ошибки.

11.3.3 Кодирование в системе GPS

В системе GPS используется помехоустойчивый код, похожий на тот, что используется в ГЛОНАСС. Сообщение в системе GPS передаётся в виде слов длиной 30 бит, 6 из которых являются проверочными. Так как в GPS тоже используется двухуровневая фазовая модуляция, также необходимо разрешать неоднозначность фазовой манипуляции на π , что

делается путём выполнения операции “исключающее ИЛИ” над последним битом предыдущего слова и каждым битом текущего. После этого вычисляются 6 контрольных бит на основании уравнений, сходных с используемыми в ГЛОНАСС — в соответствии с таблицей, приведённой в ИКД выбираются определённые биты слова, над ними совершается операция “исключающее ИЛИ”. Результат сравнивается с соответствующим контрольным битом. Если все 6 контрольных битов совпадают, то считается, что ошибок в принятом слове нет.

В отличие от кода Хэмминга, применяемого в ГЛОНАСС, результат вычисления контрольных уравнений не даёт номер ошибочного бита, однако тем не менее однозначное соответствие между номером ошибки и результатом вычислений остаётся, поэтому данный код также позволяет корректировать одиночную ошибку.

Таким образом, в одном слове сообщения GPS полезных бит 24 (3 байта), а 6 контрольных бит дают $2^6 = 64$ комбинации, чего с избыточностью хватает для коррекции 30-битного слова.

11.4 Эффект от помехоустойчивого кодирования

Как было выше показано, коды, применяемые и в ГЛОНАСС, и в GPS позволяют корректировать одиночные ошибки. Что это даёт? Анализ показывает, что применение данной коррекции позволяет примерно на 2 дБ снизить нижний порог отношения сигнал/шум, при котором можно декодировать навигационное сообщение с допустимой ошибкой. Если не использовать коррекцию, как говорилось выше, данный порог составляет 27 дБГц, а при использовании коррекции эта величина составит примерно 25 дБГц.

Лекция 12 Одношаговый алгоритм решения навигационной задачи

12.1 Псевдодальномерный метод решения навигационной задачи

В системах спутниковой радионавигации используется псевдодальномерный метод решения навигационной задачи. Данный метод предполагает, что шкала времени навигационной аппаратуры потребителя не требует синхронизации собственной шкалы времени приёмника относительно шкалы времени системы.

В основу измерений положения потребителя положены два физических принципа:

- постоянство распространения радиосигнала;
- прямолинейность распространения радиосигнала.

Измерение положения потребителя осуществляется по задержкам между сигналами, распространяющимся от разных навигационных спутников.

На вход алгоритма вычисления координат поступают наблюдения вида:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1 = \rho_1(x, y, z) + n_1, \\ y_2 = \rho_2(x, y, z) + n_2, \\ \dots \\ y_N = \rho_N(x, y, z) + n_N, \end{array} \right. ,$$

где y_i — измерения псевдодальности по i -му навигационному спутнику,

ρ_i — псевдодалность до i -го НС, n_i — шумы наблюдений по i -му навигационному спутнику.

Измерение времени приёма сигнала осуществляется по собственной шкале времени приёмного устройства, которое имеет сдвиг $\Delta\tau$ относительно шкалы времени системы. В результате псевдодалности связаны со сдвигом шкалы времени потребителя $\Delta\tau$ и тремя координатами потребителя x, y, z :

$$\begin{cases} \rho_1 = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} + \Delta\tau \cdot c \\ \rho_2 = \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2} + \Delta\tau \cdot c \\ \dots \\ \rho_N = \sqrt{(x - x_N)^2 + (y - y_N)^2 + (z - z_N)^2} + \Delta\tau \cdot c \end{cases}, \quad (24)$$

где x_i, y_i, z_i — координаты i -го НС.

12.2 Решение задачи методом Ньютона

Введём вектор параметров навигационной задачи $\vec{x} = (x \ y \ z \ c \cdot \Delta\tau)^T$. Псевдодалности также оформим в виде вектора:

$$\mathbf{F}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} + \Delta\tau \cdot c \\ \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2} + \Delta\tau \cdot c \\ \dots \\ \sqrt{(x - x_N)^2 + (y - y_N)^2 + (z - z_N)^2} + \Delta\tau \cdot c \end{pmatrix}$$

Линеаризуем наблюдения относительно априорной точки $\hat{\vec{x}}$:

$$\vec{y} = \mathbf{F}(\vec{x}) + \frac{d\mathbf{F}(\tilde{\mathbf{x}})}{d\vec{x}} (\vec{x} - \hat{\vec{x}}) + \vec{n}.$$

Введём вектор ошибок измерений псевдодальности $\Delta\vec{y} = \vec{y} - \hat{\rho}(\vec{x})$. В результате этого получим:

$$\Delta\vec{y} = \frac{d\mathbf{F}(\vec{x})}{d\vec{x}}\Delta\vec{x} + \vec{n}.$$

Данная система имеет точное решение только если на входе 4 наблюдения, которые дают возможность составить 4 уравнения. Однако на практике обычно измерений больше 4. Строгого решения система из N уравнений с 4 неизвестными не имеет. Если бы измерения были бы без ошибок, система имела бы решение, но лишь 4 уравнения были бы независимыми друг от друга. Реальные измерения имеют ошибки.

Для решения системы из N уравнений используется метод наименьших квадратов (МНК), который позволяет минимизировать среднюю ошибку по всем измерениям. Критерий минимизации по МНК имеет вид:

$$\left(\Delta\vec{y} - \frac{d\mathbf{F}(\vec{x})}{d\vec{x}}\Delta\vec{x}\right)^T \left(\Delta\vec{y} - \frac{d\mathbf{F}(\vec{x})}{d\vec{x}}\Delta\vec{x}\right) \xrightarrow{\vec{x}} \min \quad (25)$$

Обозначим производную вектора псевдодальностей по вектору координат матрицей \mathbf{H} :

$$\mathbf{H} = \frac{d}{d\vec{x}}\mathbf{F}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x}\rho_1(\vec{x}) & \frac{\partial}{\partial y}\rho_1(\vec{x}) & \frac{\partial}{\partial z}\rho_1(\vec{x}) & 1 \\ \frac{\partial}{\partial x}\rho_2(\vec{x}) & \frac{\partial}{\partial y}\rho_2(\vec{x}) & \frac{\partial}{\partial z}\rho_2(\vec{x}) & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial}{\partial x}\rho_N(\vec{x}) & \frac{\partial}{\partial y}\rho_N(\vec{x}) & \frac{\partial}{\partial z}\rho_N(\vec{x}) & 1 \end{pmatrix}$$

Данная матрица называется “матрицей направляющих косинусов”. Это связано с тем, что каждый из элементов данной матрицы определяется косинусом угла между соответствующей осью и направлением от потребителя на спутник (линией визирования). Например, первый эле-

мент матрицы — косинус угла между осью x и линией визирования:

$$\frac{\partial}{\partial x} \rho_1(\vec{x}) = \frac{\partial}{\partial x} \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} + \Delta\tau \cdot c$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \rho_1(\vec{x}) = \frac{x - x_1}{\sqrt{(x - x_1)^2}} = \frac{x - x_1}{R_1} = -\cos(\alpha_1)$$

Получаемая матрица имеет количество строк, равное числу измерений N и количество столбцов, равное числу параметров: 4.

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} -\cos(\alpha_1) & -\cos(\beta_1) & -\cos(\gamma_1) & 1 \\ -\cos(\alpha_2) & -\cos(\beta_2) & -\cos(\gamma_2) & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\cos(\alpha_N) & -\cos(\beta_N) & -\cos(\gamma_N) & 1 \end{pmatrix}$$

Для минимизации квадратичной формы, входящей в уравнение (25), производную по всем неизвестным параметрам и приравнять выражение к нулю. Критерий минимизации в векторной форме примет вид:

$$-2\mathbf{H}^T (\Delta\vec{y} - \mathbf{H}\Delta\vec{x})|_{\Delta\vec{x}=\Delta\hat{x}} = 0.$$

При невырожденной матрице $\mathbf{H}^T\mathbf{H}$ решение данного уравнения имеет вид:

$$\Delta\hat{x} = (\mathbf{H}^T\mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \Delta\vec{y}.$$

Обычно для решения навигационной задачи псевдодалномерным методом принято использовать итеративный метод Ньютона. На нулевой итерации задаются начальным приближением — обычно это центр Земли и нулевой сдвиг шкал времени: $\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Далее выполняется несколько итераций, на каждой из которых текущее решение уточняется:

$$\vec{x}^k = \vec{x}^{k-1} + \Delta\hat{x}^{k-1}.$$

12.3 Двухсистемное решение

Часто навигационная аппаратура потребителя обрабатывает сигналы от нескольких разных навигационных систем, например, GPS и ГЛОНАСС. Точность синхронизации между шкалами времени этих двух систем ниже, чем точность синхронизации внутри одной системы. Поэтому для повышения точности измерений можно рассматривать их, как две отдельные системы со своими шкалами времени. В этом случае вводятся смещения шкалы времени между приёмником и каждой из этих систем. Например, для двухсистемного решения GPS+ГЛОНАСС вектор измерений имеет вид: $\vec{x} = \left(x \ y \ z \ c \cdot \Delta\tau_{GPS} \ c \cdot \Delta\tau_{GLN} \right)^T$, где $\Delta\tau_{GPS}$ — смещение шкалы времени приёмника относительно шкалы времени GPS, $\Delta\tau_{GLN}$ — смещение относительно шкалы времени ГЛОНАСС. В этом случае матрица направляющих косинусов будет иметь вид:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} -\cos(\alpha_1) & -\cos(\beta_1) & -\cos(\gamma_1) & 1 & 0 \\ -\cos(\alpha_2) & -\cos(\beta_2) & -\cos(\gamma_2) & 1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\cos(\alpha_{N-1}) & -\cos(\beta_{N-1}) & -\cos(\gamma_{N-1}) & 0 & 1 \\ -\cos(\alpha_N) & -\cos(\beta_N) & -\cos(\gamma_N) & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

В процессе решения двухсистемной задачи кроме координат будет вычислено смещение относительно каждой из шкал времени. Но данная система содержит не 4, а 5 неизвестных, поэтому минимальное количество измерений также увеличивается до 5.

Возможны и другие многосистемные решения, чем больше систем, тем больше нужно наблюдений:

- 1 система — 4 наблюдения;

- 2 системы — 5 наблюдений;
- 3 системы — 6 наблюдений.

12.4 Вычисление вектора скорости

Аналогичным образом вычисляется вектор скорости.

На вход блока решения навигационной задачи по скорости поступают измерения доплеровских смещений частот сигналов:

$$\begin{aligned}
 y_{\text{доп},1} &= f_{\text{доп},1} + \Delta f + n_{\text{доп},1}, \\
 y_{\text{доп},2} &= f_{\text{доп},2} + \Delta f + n_{\text{доп},2}, \\
 &\dots \\
 y_{\text{доп},N} &= f_{\text{доп},N} + \Delta f + n_{\text{доп},N},
 \end{aligned} \tag{26}$$

где $y_{\text{доп},i}$ — измерения доплеровского смещения частоты в i -ом канале, $f_{\text{доп},i}$ — истинное доплеровское смещение частоты, Δf — смещение частоты опорного генератора, $n_{\text{доп},i}$ — шумы измерения доплеровской частоты.

Доплеровское смещение частоты сигнала связано с взаимной скоростью движения НС и потребителя:

$$f_{\text{доп},i} = \frac{f_0}{c} \left(\frac{\rho_i}{dx} (V_x - V_{x,i}) + \frac{\rho_i}{dy} (V_y - V_{y,i}) + \frac{\rho_i}{dz} (V_z - V_{z,i}) \right), \tag{27}$$

где V_x , V_y и V_z — компоненты вектора скорости потребителя, $V_{x,i}$, $V_{y,i}$ и $V_{z,i}$ — компоненты вектора скорости навигационного спутника, f_0 — номинальная несущая частота сигнала, c — скорость света.

Введём вектор измерений доплеровских частот $\vec{y}_{\text{доп}}$, вектор скорости

потребителя $\vec{V} = \left(V_x \ V_y \ V_z \ \frac{c}{v_0} \Delta f \right)$ и матрицу скоростей спутников

$$\mathbf{V}_{\text{НС}} = \begin{pmatrix} V_{x,1} & V_{y,1} & V_{z,1} & 0 \\ V_{x,2} & V_{y,2} & V_{z,2} & 0 \\ \dots & & & \\ V_{x,2} & V_{y,2} & V_{z,2} & 0 \end{pmatrix}.$$

Подставим выражение (27) в (26) и получим решение:

$$\vec{V} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \vec{y}_{\text{доп}} + \mathbf{H} \mathbf{V}_{\text{НС}}$$

Лекция 13 Фильтрационный алгоритм решения навигационной задачи

В прошлой лекции рассматривался одношаговый метод решения навигационной задачи. Данный метод использует для расчёта положения потребителя только измерения, соответствующие одному моменту во времени. Взаимосвязь между положением потребителя в соседние моменты времени не учитывается.

Возможно создание алгоритма решения навигационной задачи, учитывающего и использующего взаимосвязь вектора состояния потребителя в соседние моменты времени.

13.1 Постановка задачи синтеза фильтрационного алгоритма

Обычно одношаговый алгоритм обработки осуществляет одновременную оценку и положения, и вектора скорости потребителя. Вектор со-

стояния потребителя включает в себя координаты, составляющие вектора скорости, смещение шкалы времени приёмника и смещение частоты опорного генератора:

$$\vec{X} = \left(x \quad y \quad z \quad V_x \quad V_y \quad V_z \quad \Delta\tau \quad \Delta f \right).$$

Таким образом, на его вход поступают измерения псевдодальностей и смещений частот сигнала. Измеренные псевдодальности:

$$\vec{y} = \mathbf{F} \left(\vec{X} \right) + \vec{n}_X,$$

измерения смещений частот:

$$\vec{V} = \mathbf{F}_V \left(\vec{X} \right) + \vec{n}_V.$$

При синтезе одношагового фильтрационного алгоритма необходимо задать динамику изменения вектора состояния \vec{X} в виде марковского процесса. Динамика движения задаётся уравнениями 3 порядка:

$$x_k = x_{k-1} + T \cdot V_{x,k-1}; \quad V_{x,k} = V_{x,k-1} + T \cdot a_{x,k-1}; \quad a_{x,k} = a_{x,k-1} + T \cdot \xi_{x,k-1};$$

$$y_k = y_{k-1} + T \cdot V_{y,k-1}; \quad V_{y,k} = V_{y,k-1} + T \cdot a_{y,k-1}; \quad a_{y,k} = a_{y,k-1} + T \cdot \xi_{y,k-1};$$

$$z_k = z_{k-1} + T \cdot V_{z,k-1}; \quad V_{z,k} = V_{z,k-1} + T \cdot a_{z,k-1}; \quad a_{z,k} = a_{z,k-1} + T \cdot \xi_{z,k-1};$$

где $\xi_{x,k-1}$, $\xi_{y,k-1}$ и $\xi_{z,k-1}$ — формирующие дискретные белые гауссовские шумы с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями D_x , D_y и D_z .

Модель ухода опорного генератора:

$$\Delta\tau_k = \Delta\tau_{k-1} + T \cdot \Delta f_{k-1}; \quad \Delta f_k = \Delta f_{k-1} + T \cdot \xi_{\tau,k-1},$$

где $\xi_{\tau,k-1}$ — формирующий дискретный белый гауссовский шум с нулевым математическим ожиданием и дисперсией D_τ .

Уравнения динамики вектора состояния можно записать в векторном виде:

$$\vec{X}_k = \mathbf{F} \vec{X}_{k-1} + \mathbf{G} \xi_{k-1},$$

где

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & T & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ T & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & & \vdots & \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T \end{pmatrix},$$

, вектор формирующих дискретных белых гауссовских шумов ξ_k имеет дисперсионную матрицу \mathbf{D}_ξ .

На вход фильтрационного алгоритма решения навигационной задачи поступают измерения псевдодальностей и псевдоскоростей с систем слежения за несущей и задержкой сигнала. Векторы наблюдений имеют вид:

$$\mathbf{y}_{R,k} = \mathbf{h}_R(\vec{X}_k) + \mathbf{n}_{R,k},$$

$$\mathbf{y}_{V,k} = \mathbf{h}_V(\vec{X}_k) + \mathbf{n}_{V,k},$$

где $\mathbf{y}_{R,k} = \begin{vmatrix} y_{R_1,k} & y_{R_2,k} & \dots & y_{R_N,k} \end{vmatrix}$, $\mathbf{y}_{V,k} = \begin{vmatrix} y_{V_1,k} & y_{V_2,k} & \dots & y_{V_N,k} \end{vmatrix}$,

$h_R(\vec{X}_k)$ — функция, связывающая вектор состояния и псевдодальности:

$$h_{R_i}(\vec{X}_k) = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} + c \cdot \Delta\tau,$$

$h_V(\vec{X}_k)$ — функция, связывающая вектор состояния и псевдоскорости:

$$h_{V_i}(\vec{X}_k) = \frac{(x_i - x)(v_{x,i} - v_x) + (y_i - y)(v_{y,i} - v_y) + (z_i - z)(v_{z,i} - v_z)}{\sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2}} + \Delta V.$$

13.2 Синтез фильтрационного алгоритма

В соответствии с теорией оптимальной обработки решением данной задачи является расширенный фильтр Калмана:

- экстраполяция вектора состояния:

$$\tilde{\vec{x}}_k = \mathbf{F}\hat{\vec{x}}_{k-1},$$

- фильтрация:

$$\hat{\vec{x}}_k = \tilde{\vec{x}}_k + \mathbf{D}_{x,k} \left(\frac{\partial h(\tilde{\vec{X}}_k)}{\partial \vec{x}} \right)^T \mathbf{R}_n^{-1} \left(\mathbf{y}_k - \mathbf{h}(\tilde{\vec{X}}_k) \right),$$

- экстраполяция матрицы дисперсии оценок вектора состояния:

$$\tilde{\mathbf{D}}_{\vec{x},k} = \mathbf{F}\mathbf{D}_{\vec{x},k-1}\mathbf{F}^T + \mathbf{G}\mathbf{D}_\xi\mathbf{G}^T,$$

- расчёт матрицы дисперсий оценок вектора состояния

$$\mathbf{D}_{\vec{x},k}^{-1} = \tilde{\mathbf{D}}_{\vec{x},k}^{-1} + \left(\frac{\partial h(\tilde{\vec{X}}_k)}{\partial \vec{x}} \right)^T \mathbf{R}_n^{-1} \frac{\partial h(\tilde{\vec{X}}_k)}{\partial \vec{x}},$$

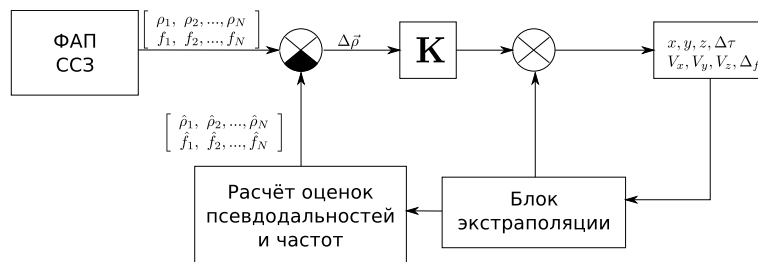


Рис. 39. Структура фильтрационного алгоритма решения навигационной задачи

В данных выражениях использованы следующие обозначения:

$$\mathbf{y}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{R,k} \\ \mathbf{y}_{V,k} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{h}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{R,k} \\ \mathbf{h}_{V,k} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{n}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{R,k} \\ \mathbf{n}_{V,k} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_n = M [\mathbf{n}_k \mathbf{n}_k^T] = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{n,R} & 0 \\ 0 & \mathbf{D}_{m,V} \end{bmatrix}$$

Структура данного алгоритма приведена на рис. 39.

Лекция 14 Алгоритмы фильтрации вторичных оценок

Теоретически фильтрационный алгоритм решения навигационной задачи, рассмотренный в лекции 13, обеспечивает более высокую точность,

чем одношаговый алгоритм из лекции 12. Это связано с тем, что одношаговый алгоритм не учитывает взаимосвязь между вектором состояния потребителя в соседние моменты времени.

При стандартной постановке задачи приёма навигационного сигнала — наличии на входе только смеси неискажённого сигнала и шума дополнительное сглаживание оценок параметров сигнала — фазы, частоты и задержки по-отдельности для каждого канала не имеет смысла.

В реальных условиях это не так из-за при воздействии дополнительных факторов, таких, как многолучёвость. Многолучёвость по-разному воздействует на измерения частоты и задержки. В измерениях задержки возникают аномальные ошибки, не укладывающиеся в стандартный подход к синтезу комбинированной системы слежения за задержкой (такой, как в лекции 10). Данные ошибки можно частично скомпенсировать путём совместной вторичной нелинейной обработки измерений с колец слежения за задержкой и несущей. Такой вид обработки выходит за рамки данного пособия.

Далее рассмотрим алгоритм вторичной фильтрации измерений навигационных параметров после одношагового алгоритма решения навигационной задачи (раздел 12).

По результатам решения навигационной задачи производится оценка 6 параметров:

- координат x, y, z ;
- вектора скорости v_x, v_y, v_z ;
- смещения шкалы ОГ $\Delta\tau$;
- смещения частоты ОГ Δf .

Рис. 40. Структура системы вторичной фильтрации

Стандартная НАП не оценивает углы ориентации, поэтому нет информации для связи между динамикой движения по разным координатам. В такой ситуации координаты надо фильтровать отдельно друг от друга. Ещё один фильтр требуется для фильтрации шкалы времени. В результате структура системы фильтрации вторичных оценок имеет вид, изображённый на рис. 40.

14.1 Фильтр по координатам

Рассмотрим фильтрацию координаты x , остальные координаты фильтруются аналогично.

Модель динамики движения возьмём 3 порядка, чтобы учитывать ускорение:

$$\begin{cases} X_k = X_{k-1} + V_{k-1} \cdot T; \\ V_k = V_{k-1} + A_{k-1} \cdot T; \\ A_k = \eta_{a,k}; \end{cases} \quad (28)$$

где $\eta_{a,k}$ — формирующий дискретный белый гауссовский шум с дисперсией $D_{eta,a} = \frac{S_{\eta_a}}{T}$, S_{η_a} — спектральная плотность шума в эквивалентной непрерывной модели.

Спектральную плотность шума возьмём такую же, как и в модели фазы (лекция (12)), пересчитав к дальности:

$$S_{\eta_a} = 2\sigma_a^2\alpha,$$

где $\alpha = 0.1 \text{ с}^{-1}$ — время корреляции процесса.

Модель процесса можно записать в векторной форме:

$$\vec{x}_k = \mathbf{F}\vec{x}_{k-1} + \mathbf{G}\eta_{a,k},$$

$$\text{где } \vec{x} = \begin{pmatrix} X & V & A \end{pmatrix}^T, \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & T & 0 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{G} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ T \end{pmatrix}.$$

На вход фильтра поступают наблюдения вида:

$$\vec{y}_k = \mathbf{H}\vec{x}_k + \mathbf{n}_k,$$

где $\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\vec{x}_k = \begin{pmatrix} X_k \\ V_{x,k} \end{pmatrix}$ — координата и скорость, $\vec{n}_k = \begin{pmatrix} n_{x,k} \\ n_{vx,k} \end{pmatrix}$ — вектор шумов наблюдений, полагаемых дискретными белыми гауссовскими шумами с дисперсионной матрицей $\mathbf{N}_{x,k}$.

Точность оценки координат и скорости на входе одношагового алгоритма зависит от множества факторов, таких, как отношение сигнал/шум в каналах, количества спутников и геометрического фактора. Все эти условия должны учитываться на этапе одношагового алгоритма решения навигационной задачи. Поэтому будем считать, что на вход вторичного фильтра приходит оценка дисперсионной матрицы $\mathbf{N}_{x,k}$.

Алгоритм фильтрации представляет собой фильтр Калмана 3 порядка, реализуемого в виде шагов, приведённых ниже.

1. Экстраполяция матрицы дисперсий ошибок фильтрации:

$$\tilde{\mathbf{D}}_k = \mathbf{F}\hat{\mathbf{D}}_{k-1}\mathbf{F}^T + \mathbf{G}D_{\eta,a}\mathbf{G}^T.$$

2. Оценка матрицы дисперсий ошибок фильтрации:

$$\hat{\mathbf{D}}_k = \left(\tilde{\mathbf{D}}_k^{-1} + \mathbf{H}^T N_{x,k}^{-1} \mathbf{H} \right)^{-1}$$

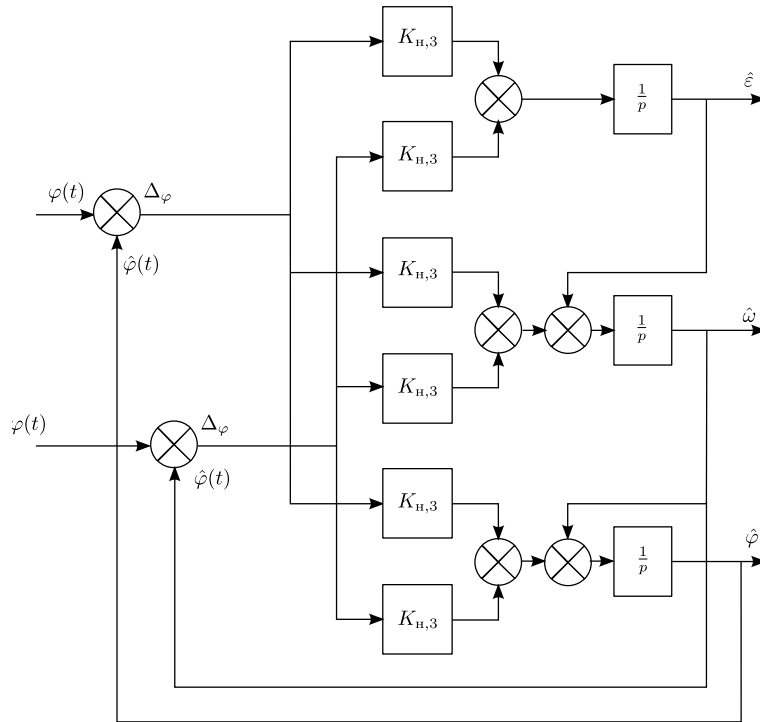


Рис. 41. Структура алгоритма вторичной фильтрации

3. Расчёт коэффициентов фильтра:

$$\mathbf{K}_k = \hat{\mathbf{D}}_k \mathbf{H}^T \mathbf{N}_{x,k}^{-1}.$$

4. Экстраполяция оценки вектора состояния:

$$\tilde{\mathbf{x}}_k = \mathbf{F} \hat{\mathbf{x}}_{k-1},$$

5. Фильтрация вектора состояния

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k \left(\vec{y}_k - \mathbf{H} \tilde{\mathbf{x}}_k \right),$$

Структура данного алгоритма приведена на рис. 41.

14.2 Фильтр смещения опорного генератора

В качестве модели шумов опорного генератора часто используется модель 2 порядка:

$$\begin{cases} \Delta\tau_k = \Delta\tau_{k-1} + \Delta\nu_{k-1} \cdot T; \\ \Delta\nu_k = \Delta\nu_{k-1} \eta_{\nu,k}; \end{cases} \quad (29)$$

где $\Delta\tau$ — смещение ОГ, с, $\Delta\nu$ — производная смещения ОГ, с/с, данная величина пропорциональна смещению частоты ОГ: $\Delta\omega = \omega_0 \cdot \Delta\nu$, $\eta_{\nu,k}$ — формирующий дискретный белый гауссовский шум с дисперсией $D_{eta,\nu} = \frac{S_{\eta\nu}}{T}$, $S_{\eta\nu}$ — спектральная плотность шума в эквивалентной непрерывной модели. Величина спектральной плотности зависит от типа используемого генератора. Для среднего термокомпенсированного кварцевого генератора типовое значение составляет $S_{\eta\nu} = 1.1 \cdot 10^{-19}$ 1/с в пересчёте на несущую частоту сигнала.

Запись модели процесса в векторном виде:

$$\vec{x}_k = \mathbf{F}\vec{x}_{k-1} + \mathbf{G}\eta_{a,k},$$

где $\vec{x} = \begin{pmatrix} \Delta\omega & \Delta\nu \end{pmatrix}^T$, $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 0 \\ T \end{pmatrix}$.

На вход фильтра смещения опорного генератора поступают наблюдения вида:

$$\vec{y}_k = \mathbf{H}\vec{x}_k + \mathbf{n}_k,$$

где $\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\vec{x}_k = \begin{pmatrix} \hat{\Delta}\tau \\ \hat{\Delta}\omega/\omega_0 \end{pmatrix}$ — оценка смещения шкалы времени и ухода частоты на выходе одношагового алгоритма решения,

$\vec{n}_k = \begin{pmatrix} n_{\tau,k} \\ n_{\omega,k} \end{pmatrix}$ — вектор шумов наблюдений, полагаемых дискретными белыми гауссовскими шумами с дисперсионной матрицей $\mathbf{N}_{\tau,k}$.

Алгоритм оценки в данном случае также будет иметь вид фильтра Калмана, аналогичные уравнениям, приведённым в предыдущем разделе.

14.3 Результат работы фильтров вторичного сглаживания

В результате работы фильтра осуществляется сглаживание оценок координат, скорости, смещения шкалы времени и смещения частоты опорного генератора. На рис. 42 приведён график оценки координаты до и после сглаживания. Из рисунка видно, что до сглаживания оценка координаты сильно зашумлена. Синим цветом изображено истинное значение координаты, красным — сглаженное. Видно, что в начале сглаженная оценка имеет небольшой переходной процесс, но потом практически не отличается от истинного значения.

Аналогичный график для скорости приведён на рис. 43. Из данного графика следует, что сглаживание оценок скорости не столь эффективно, как сглаживание оценок координат. Скорость изначально меряется достаточно точно по доплеровскому смещению частоты.

Точно также происходит и сглаживание оценки сдвига шкалы времени. На рис. 44 виден переходной процесс в начале.

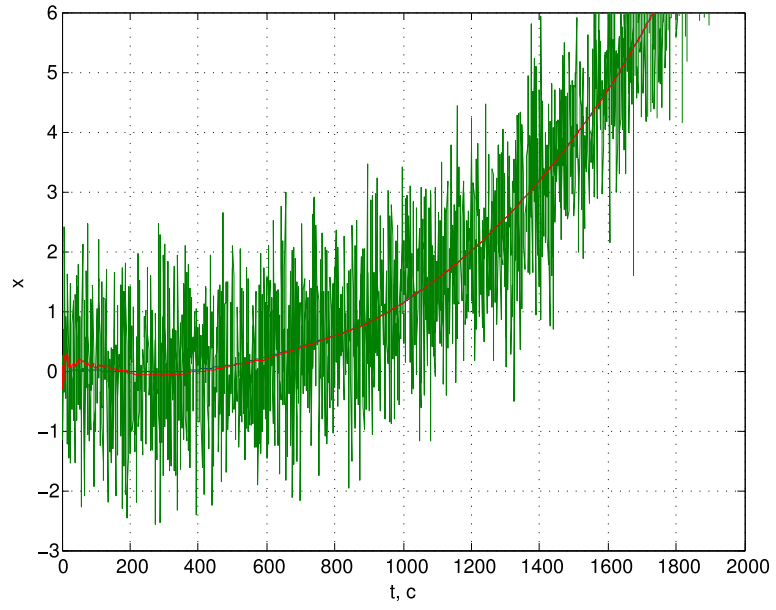


Рис. 42. Оценка координаты

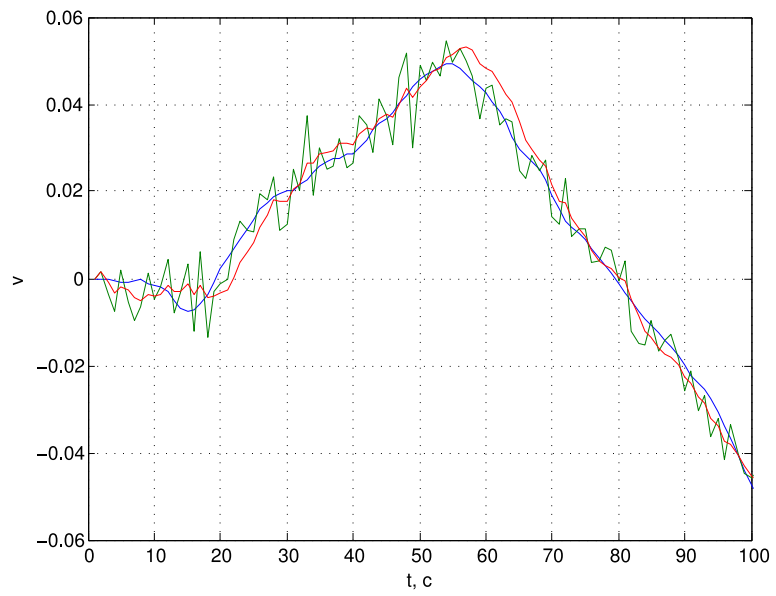


Рис. 43. Оценка скорости

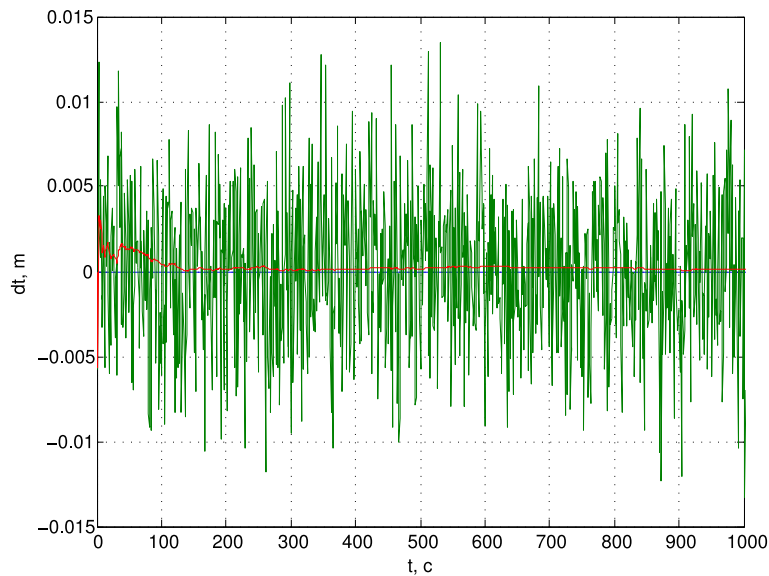


Рис. 44. Оценка сдвига шкалы времени

Лекция 15 Контроль целостности

В ряде приложений очень существенным является целостность навигационного решения.

Под целостностью понимается степень доверия потребителя данным, получаемым аппаратурой спутниковой навигации и системы в целом.

15.1 Требования к целостности

В качестве примера можно привести использованием спутниковой навигации в авиации, где вопрос контроля целостности навигационного решения имеет первостепенное значение. Навигационный приёмник может выдать неправильное решение из-за различных обстоятельств. Но приёмник должен с высокой вероятностью сообщить использующей его аппаратуре признак того, что получаемое им решение недостоверно.

В соответствии с нормативными документами ICAO (international

Режим полёта	Время предупреждения	Целостность	HAL	VAL
En-route	5 мин	$10^{-7}/ч$	4 NM	-
En-route	15 с	$10^{-7}/ч$	2 NM	-
En-route, terminal	15 с	$10^{-7}/ч$	1 NM	-
NPA	10 с	10^{-7}	0,3 NM	-
APV I	10 с	10^{-7}	0,3 NM	50 м
APV II	6 с	10^{-7}	40,0 м	20 м
CAT I	6 с	10^{-7}	40,0 м	15-10 м

Таблица 1. Требования к целостности навигационного решения по нормативам ICAO

civil aviation organization) вводятся требования к целостности работы НАП, приведённые в таблице 1. В данной таблице HAL — horizontal alert level, горизонтальный порог предупреждения, VAL — vertical alert level, вертикальный порог предупреждения, NM — морская миля.

В большинстве режимов работы к точности навигационного приёмника не предъявляется очень высоких требований. Но требования к целостности навигационного решения очень высоки — вероятность ошибки контроля целостности не должна превышать 10^{-7} .

15.2 Методы повышения целостности

Для повышения целостности навигационного решения используются различные подходы. Привлекается дополнительная информация от

систем функциональных дополнений SBAS (satellite based augmentation system), LAAS (local area augmentation system), радиотехнических систем дальней навигации Logan/Чайка и другие возможные внешние источники дополнительной информации. Однако основным средством контроля целостности навигационного решения является автономный контроль целостности.

Алгоритмы автономного контроля целостности называются RAIM — receiver autonomous integrity algorithm. Данные алгоритмы основаны на избыточности измерений.

15.3 Автономный контроль целостности — RAIM

Как известно, для решения навигационной задачи псевдодальномерным методом требуется 4 измерения от разных спутников. Составляется система из 4 уравнений с 4 неизвестными, имеющая единственное возможное решение:

$$\begin{cases} \rho_1 = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} + \Delta\tau \cdot c \\ \rho_2 = \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2} + \Delta\tau \cdot c \\ \rho_3 = \sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2} + \Delta\tau \cdot c \\ \rho_4 = \sqrt{(x - x_4)^2 + (y - y_4)^2 + (z - z_4)^2} + \Delta\tau \cdot c \end{cases}$$

Однако обычно количество наблюдаемых спутников гораздо больше. В открытом пространстве количество навигационных спутников одной системы обычно не менее 10. В случае использования двух систем ГЛОНАСС и GPS количество измерений обычно порядка 20. В авиации это выполняется практически всегда, т.к. отсутствует затенение неба окружающими предметами.

Для решения навигационной задачи используется метод наименьших квадратов:

$$\sum_{i=1}^N \{\tilde{\rho}_i(x, y, z, \Delta\tau) - \rho_i\}^2 \rightarrow \min_{x, y, z, \Delta\tau}$$

Величины $\tilde{\rho}_i(x, y, z, \Delta\tau) - \rho_i$ называют невязками измерений.

Если в какой-либо из псевдодальностей произошёл сбой, невязки измерений увеличиваются:

$$\tilde{\rho}_i(x, y, z, \Delta\tau) - \rho_i \geq \Delta\rho_{\max}$$

Принцип работы метода наименьших квадратов заключается в том, что он минимизирует средний квадрат ошибок. В результате, даже если искажена только одна из псевдодальностей, невязки будут большими во всех каналах.

При исключении искажённого измерения невязки резко уменьшаются. На этом и основывается алгоритм RAIM — из навигационного решения последовательно исключаются различные измерения, в результате чего определяется наличие искажённого решения.

Возможности автономного алгоритма контроля целостности зависят от количества измерений от разных спутников на входе:

- 4 измерения - только решение, нет контроля целостности.
- 5 измерений - можно обнаруживать сбои.
- 6 измерений - можно исключать 1 сбойный сигнал.
- 7 измерений - можно исключать 2 сбойных сигнала.

Лекция 16 Помехоустойчивость АП СРНС

Стандартная постановка задачи приёма навигационного радиосигнала включает в себя сам сигнал и аддитивные шумы, под которыми понимаются собственные тепловые шумы радиочастотного тракта навигационного приёмника:

$$y(t) = s(t) + n(t).$$

Однако в реальности на входе приёмника кроме спутникового сигнала могут находиться ещё и внешние помехи.

Необходимо разделить понятия чувствительности и помехоустойчивости. И то, и другое описывает способность приёмника принимать сигнал на фоне мешающих воздействий. Но чувствительность приёмника — способность принимать слабые сигналы на фоне собственных шумов приёмника. Помехоустойчивость — способность принимать сигнал на фоне внешних помех.

Собственные шумы правильно спроектированного приёмника — это практически всегда шумы с гауссовским распределением. Их спектр может быть неравномерным в широкой полосе, но в полосе приёма навигационного радиосигнала спектральная плотность шумов приёмника обычно равномерна, поэтому при анализе принято полагать собственные шумы белым гауссовским шумом со спектральной плотностью N_0 .

Внешние помехи могут быть различного типа. Обычно различают заградительные и имитационные помехи. Заградительные помехи — помехи большой мощности, подавляющие приём навигационного сигнала за счёт большого отношения мощностей помеха/сигнал. Имитационные помехи — помехи, пытающиеся соответствовать структуре навигационного

радиосигнала таким образом, чтобы приёмник не мог отличить помеху от настоящего сигнала.

Помехоустойчивость принято характеризовать коэффициентом подавления — отношением мощности помехи к мощности навигационного сигнала в полосе сигнала.

16.1 Шумовая заградительная помеха

В качестве внешней помехи может быть подан широкополосный случайный шум с равномерной спектральной плотностью в полосе сигнала. В этом случае помеха складывается с собственным шумом приёмника. Для приёмника нет различий между собственными шумами и внешней помехи, поэтому в этом и только в этом случае чувствительность и помехоустойчивость приёмника имеют чёткую связь.

Пусть N — спектральная плотность внешней помехи, ΔF — полоса сигнала, $q_{c/n_0,min}$ — минимальное отношение мощности сигнала к спектральной плотности шума, при которой сохраняется работоспособность приёмника, т.е. его чувствительность. На входе приёмника воздействуют его собственные шумы и внешний белый шум, поэтому их спектральные плотности складываются. Отношение мощности сигнала к спектральной плотности шума имеет вид:

$$q_{c/n} = \frac{P_c}{N + N_0}.$$

Максимальная спектральная плотность внешней помехи, при которой сохраняется работоспособность, описывается выражением:

$$N_{max} = \frac{P_c}{q_{c/n_0,min}} - N_0.$$

Помехоустойчивость принято характеризовать коэффициентом подавления, который в данном случае имеет вид:

$$K_{\Pi} = \frac{N_{max}\Delta F}{P_c} = \frac{\frac{P_c}{q_{c/n_0,min}} - N_0}{P_c} \Delta F = \left(\frac{1}{q_{c/n_0,min}} - \frac{1}{q_{c/n_0}} \right) \Delta F.$$

Данное выражение позволяет связать чувствительность и помехоустойчивость приёмника (но только для шумовой помехи на входе).

Пример. Пусть чувствительность приёмника, работающего по сигналу GPS C/A составляет -188 дБВт. Обычно спектральная плотность собственных шумов приёмника составляет величину порядка $N_0 = -202$ дБВт/Гц. В этом случае минимальное отношение мощности сигнала к спектральной плотности шума составляет $q_{c/n_0,min} = 14$ дБГц. Полоса сигнала GPS C/A составляет 2.046 МГц по основному лепестку. Стандартный уровень сигнала равен $P_c = -155$ дБВт, значит отношение мощности сигнала к спектральной плотности шума равно 47 дБГц. В результате получим помехоустойчивость приёмника по шумовой помехе $K_{\Pi} = 49$ дБ.

Чувствительность НАП, как и помехоустойчивость аппаратуры к шумовым помехам, определяется, в первую очередь, чувствительностью и помехоустойчивостью систем слежения за задержкой, фазой и частотой. Система слежения за частотой обладает более высокой чувствительностью, чем система слежения за фазой, поэтому максимальная чувствительность и помехоустойчивость демонстрируется в некогерентном режиме.

Помехоустойчивость следящих систем, как показано в соответствующих разделах, определяется шумовой полосой систем слежения. Чем меньше шумовая полоса систем слежения, тем выше помехоустойчивость.

Сужение полосы системы слежения ограничено динамической ошиб-

кой слежения. В статике (когда НАП неподвижна), динамическая ошибка слежения минимальна, поэтому можно максимально сузить полосу системы слежения и получить максимальную помехоустойчивость.

При динамичном движении объекта сузить полосу становится проблематично. В этом случае может помочь комплексирование следящих систем с другими датчиками, такими, как инерциальные системы навигации. Информация от данных систем позволяет скомпенсировать динамическую ошибку слежения и сузить полосу практически до тех же величин, что и в статике. Но помехоустойчивость в режиме статики — это предельно достижимое значение.

16.2 Методы повышения помехоустойчивости

Один из видов помехи — гармонические помехи. Данные помехи сосредоточены в узкой области спектра, поэтому с ними можно бороться в спектральной области. Для этого рассчитывается спектр помехи на входе, в спектре определяется наличие помехи, помеха удаляется и осуществляется обратное преобразование сигнала из спектра.

Данный алгоритм подходит только для узкополосных помех, но позволяет их эффективно удалять. Единственное ограничение — динамический диапазон радиочастотного блока.

Другое большое направление повышения помехоустойчивости — пространственная обработка. Навигационный приёмник использует несколько антенн (обычно 2, 4 или 7). Складывая сигналы разных антенн с разными фазами, можно сформировать общую диаграмму направленности с нулём в направлении помехи. В этом случае помеха оказывается подавленной. Данный алгоритм оказывается эффективным против любого ти-

па заградительных помех, поэтому считается наиболее перспективным. Ограничением на повышение помехоустойчивости являются динамический диапазон радиочастотного тракта и неидентичность частотных характеристик разных каналов.

16.3 Линейность радиочастотного тракта

Существенным вопросом является линейность входного тракта. Большая помеха при прохождении нелинейного тракта подавляет сигнал. Именно нелинейность входного тракта является одним из основных препятствий повышения помехоустойчивости. Существенным ограничением является разрядность квантования. Обычные приёмники, не рассчитанные на работу в условиях помех, имеют разрядность квантования 1-2 разряда, и этого хватает. Обработка сильных помех - единственный случай, когда требуется высокая разрядность квантования.

В качестве наиболее полного показателя, характеризующего линейность тракта, принято считать показатель SINAD — signal to noise and distortion. Данная величина является отношением мощности полезного сигнала к шумам и комбинационным составляющим на входе алгоритма обработки. Таким образом, данный параметр описывает линейность тракта от антенны до выхода АЦП.

Рассчитать показатель SINAD можно по спектру сигнала, это показано на рис. 45. Если рассчитывается SINAD радиочастотного блока с аналоговым выходом, этом можно сделать непосредственно спектр-анализатором.

Есть и другие показатели качества радиочастотного тракта. На рис. 45 можно видеть, что мешающие приёму сигнала воздействия —

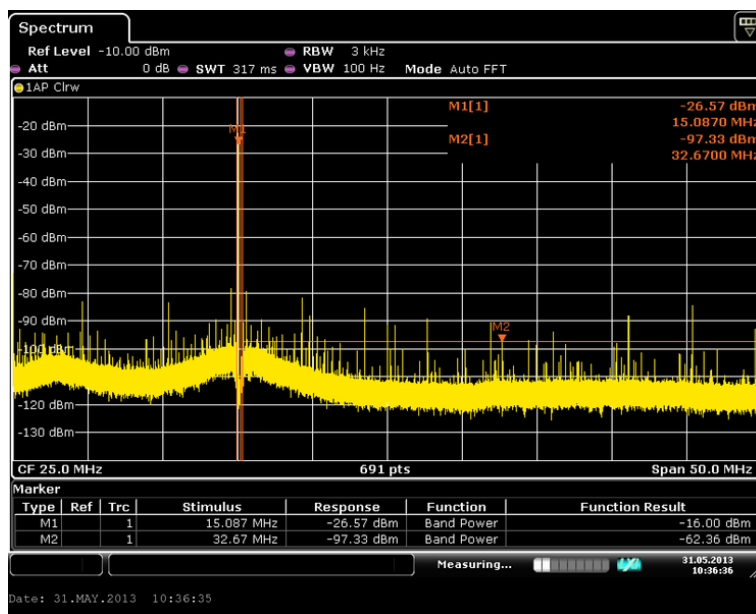


Рис. 45. Расчёт SINAD по спектру

шум и гармоники. Данные мешающие факторы могут учитываться отдельно. SNR — отношение мощности сигнала к мощности шума (signal to noise ratio). SFDR — отношение мощности сигнала к мощности мешающих гармоник (spurious free dynamic range).

SINAD включает в себя оба вида мешающих воздействий, поэтому существует взаимосвязь между этими параметрами:

$$\frac{1}{SINAD} = \frac{1}{SNR} + \frac{1}{SFRD}$$

Таким образом, SINAD является более полной характеристикой, поэтому этот показатель удобен на практике.

16.4 Требования к линейности радиочастотного тракта

Высокая линейность не является достаточным, но является совершенно необходимым условием высокой помехоустойчивости аппаратуры.

Как определить требования к линейности тракта? В упрощённом виде есть следующий алгоритм.

1. Определяем требуемую помехоустойчивость J/S .

J/S — отношение мощности помехи к мощности сигнала, дБ.

2. Рассчитываем мощность помехи.

Например, пусть требуется $J/S = 90$ дБ. Рабочий уровень сигнала примем равным -160 дБВт. Тогда мощность помехи будет $J = -160 - (-90) = -70$ дБВт.

3. Берём коэффициент шума НАП и полосу сигнала, рассчитываем мощность шума.

Пусть к-т шума 3 дБ, а полоса 20 МГц. Тогда мощность шума в полосе сигнала равна $N = -205 + 3 + 73 = -129$ дБВт.

4. Рассчитываем отношение помеха/сигнал.

$J/N = -70 - (-129) = 59$ дБ в данном примере.

5. Требуемый SINAD тракта в целом должен быть на 5 дБ больше, чем

J/N

$SINAD = 59 + 5 = 64$ дБ.

6. Выберем АЦП.

АЦП является важным звеном тракта, его высокая линейность необходима, хотя и недостаточна. SINAD АЦП должен быть на 5 дБ лучше, чем SINAD тракта в целом. Для данного примера это будет 69 дБ.

7. Рассчитаем эффективную разрядность АЦП.

Некоторые производители АЦП сразу указывают SINAD, а некото-

рые производители указывают эффективное число разрядов $ENOB$ (effective number of bits), которое меньше номинального числа разрядов. Этот параметр связан с SINAD:

$$ENOB = (SINAD - 1.76) / 6$$

Для рассматриваемого примера $ENOB = 11.2$. Реальное количество требуемое количество разрядов будет больше 12, т.к. скорее всего 12-разрядные АЦП имеют $ENOB < 11$. Вероятно, потребуется 14-разрядный АЦП.

Лекция 17 Погрешности измерений СРНС

- В навигационном приёмнике координаты и скорость потребителя определяются на основе измерений псевдодальности, псевдоскорости, а также эфемеридной информации от НС.
- В погрешности измерения псевдальности входят:
 - ошибки слежения - шумовая и динамическая;
 - задержки в ионосфере;
 - задержки в тропосфере;
 - многолучёвое распространение радиоволн;
 - погрешности формирования сигналов на борту;
 - расхождения шкал времени;
 - ГВЗ сигналов на разных литерах в ГЛОНАСС.
- В погрешности измерения псевдоскорости входят:

- смещение частоты ОГ АП СРНС;
 - ошибки слежения - шумовая и динамическая;
 -
- В погрешности эфемеридного обеспечения входят:
 - непрогнозируемые смещения БШВ;
 - ошибки измерения траекторий НС наземными средствами контроля и управления;
 - погрешности экстраполяции эфемерид;
 -
- Все перечисленные ошибки влияют на результирующую ошибку оценки координат потребителя. Но следует заметить, что ошибки влияют по-разному. Есть ещё одно понятие - геометрический фактор. Это понятие учитывает взаимное расположение НС. При определённых положениях результирующая точность высока, а при других - низка. Наилучшей является ситуация, когда НС максимально разнесены по угловым направлениям в пространстве. Если часть неба затенена, и АП решает навигационную задачу, основываясь на спутниках, находящихся в одной части неба, погрешности определения координат будут высоки. Такая ситуация часто встречается в городских условиях. Для численной характеристики вводится DOP - dillution of presicion.

17.1 Источники погрешности измерения псевдодальности

- смещение часов спутника (2 м);
- ошибка разрешения неоднозначности по псевдодальности $k \cdot 1$ мс;
- ионосфера (4 м);

$$PER = b_1 + b_1 \cdot \phi_m + b_2 \cdot \phi_m^2 + b_3 \cdot \phi_m^3$$

$$x = \frac{2\pi(t - 50400)}{PER}$$

$$A = a_0 + a_1 \cdot \phi_m + a_2 \cdot \phi_m^2 + a_3 \cdot \phi_m^3$$

$$F = 1 + 16(0.53 - el/\pi)^3$$

$$\Delta_{iono} = F \left(5 \cdot 10^{-9} + A \left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} \right) \right)$$

ϕ_m — геомагнетическая широта точки протыкания ионосферы (высота ионосферы предполагается равной 350 км). Для двухчастотного приёмника используется формула:

$$\rho = \frac{\rho_{L2} - \gamma \rho_{L1}}{1 - \gamma},$$

где $\gamma = \left(\frac{L_1}{L_2} \right)^2$.

- тропосфера (0,5 м);

$$\Delta_{tropo} = \frac{2.47}{\sin(el) + 0.0121}$$

- многолучёвость (2,5 м);
- релятивистские эффекты;

- приёмник (2 м);
- прочие составляющие (2 м).

17.2 Источники погрешности измерения псевдоскорости

- бортовой ОГ (0,04 м/с)
- релятивистские эффекты (0,001 м/с) ;
- искажение в атмосфере;
- многолучёвость (0.01 м/с));
- приёмник (0,08 м/с);

17.3 Геометрический фактор

Приращения координат проецируются на линии визирования НАП-НС через матрицу направляющих косинусов.

$$\Delta \vec{\rho} = \mathbf{H} \cdot \Delta \vec{x}$$

Обратное преобразование — псевдоинверсия матрицы, что отражает МНК:

$$\Delta \vec{x} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \cdot \Delta \vec{\rho}$$

Корреляционная матрица ошибок оценок координат имеет вид:

$$\begin{aligned} R_{\vec{x}} &= M \left[(\Delta \vec{x} - M(\Delta \vec{x})) (\Delta \vec{x} - M(\Delta \vec{x}))^T \right] = & (30) \\ &= (\mathbf{H} R_{\vec{\rho}} \mathbf{H})^{-1}. \end{aligned}$$

Таким образом, отражение ошибки измерения псевдодальности на ошибке измерения координат зависит от матрицы направляющих косинусов \mathbf{H} .

Если ошибки измерения псевдодальностей примерно одинаковы и некоррелированы, вводится понятие геометрического фактора. В этом случае $R_{\vec{\rho}} = \sigma_{\rho}^2 \mathbf{I}$, а выражение (30) упрощается:

$$R_{\vec{x}} = \sigma_{\rho}^2 (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1}$$

Ошибка определения пространственно-временного положения имеет вид:

$$\sigma_{\text{ПВ}}^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 + \sigma_{\tau}^2$$

Геометрический фактор имеет вид:

$$\begin{aligned} DOP &= \frac{\sigma_{\text{ПВ}}}{\sigma_{\rho}} = \sqrt{\frac{\text{tr}[R_{\vec{x}}]}{\sigma_{\rho}^2}} = \\ &= \left(\text{tr} \left[(\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \right] \right)^{-1/2} \end{aligned}$$

Аналогично вводится PDOP — пространственный геометрический фактор, TDOP — временной геометрический фактор, GDOP — горизонтальный геометрический фактор, HDOP — вертикальный геометрический фактор.

На открытом пространстве типовое значение геометрического фактора — 1.5...2.5. В городских условиях — 4. Если геометрический фактор хуже 10, нет смысла выдавать навигационное решение.

Лекция 18 Особенности применения СРНС в различных областях

- Потребительская АП СРНС. Наиболее сложный сектор. Ввиду высокой конкуренции существующие лучшие образцы близки к совершенству, и конкуренция идёт в небольших отличиях. Данная аппаратура должна:
 - иметь очень маленькое энергопотребление, менее 100 мВт;
 - быть дешёвой в массовом производстве - около 10 уе/шт;
 - принимать слабые сигналы -180 дБВт и ниже;
 - время тёплого старта не должно превышать 40 с;
 - время горячего старта не должно превышать 10 с;
 - навигационное решение должно быть стабильным в городских условиях при воздействии многолучёвости, не должно быть отскоков;
 - ошибка не должна превышать 30 м.
- Геодезическая АП СРНС. Время старта навигационного решения не существенно, т.к. в геодезии типично накапливать измерения на больших интервалах измерений с целью дальнейшего усреднения. Требования:
 - высокая точность;
 - коррекция многолучёвости;
 - ввод дифференциальных поправок;

- коррекция ионосферных погрешностей;
 - фазовые измерения.
- Военная аппаратура. Данная аппаратура достаточно разнообразна, для разных образцов возможны различные требования. Типичные требования:
- высокая помехоустойчивость;
 - работа по сигналам нескольких диапазонов, в том числе, по закрытым диапазонам;
 - работа в условиях большой динамики движения, вибрации;
 - конструкция АП, рассчитанная на сложные условия эксплуатации (большой диапазон температур, морская соль, вибрации и прочее). В то же время требования по энергопотреблению и габаритам невысокие.

Список литературы

- [1] ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. — 4-е, переработанное изд. — М. : Радиотехника, 2010. — 800 с.
- [2] С. В. Первачёв. Радиоавтоматика. — М. : Радио и связь, 1982.