УДК 621.376

Потенциальные характеристики оценивания частоты в некогерентном приемнике

И.В. Корогодин – к.т.н., ассист., каф. Радиотехнических систем НИУ МЭИ

Проведено сравнение характеристик оптимального и квазиоптимального решений задачи оценивания частоты в некогерентном режиме. Изложена методика расчета потенциальных характеристик, как характеристик оптимальных оценок, полученных на основе численного решения уравнений Стратоновича. Приведены зависимости точности оценки частоты от отношения сигнал/шум квазиоптимальным и оптимальным алгоритмами для различных динамических воздействий.

Ключевые слова: *спутниковые радионавигационные системы, аппаратура потребителей, частотная автоподстройка, оценивание частоты, потенциальные характеристики*

The Potential Performance of Frequency Estimation for Non-coherent Receiver

I.V. Korogodin

Characteristics of optimal and quasi-optimal frequency tracking systems for non-coherent receiver have been presented. The curves ‘RMSE vs SNR’ have been submitted. These curves show the losses in the signal/noise ratio from the use of quasi-optimal approach. A calculation method for optimal solution has been described. The method is a variation of grid-based solution for recursive Bayesian estimation (Stratonovich's equation).

Keywords: *space radio navigation systems, user apparatus, frequency locking loop, frequency estimation, potential characteristics, recursive Bayesian estimation*

Введение

В последние годы широкое применение в навигационной аппаратуре потребителей (НАП) нашел некогерентный прием сигналов. В некогерентном режиме приемник не производит слежение за фазой несущей сигналов, ограничиваясь лишь её частотой. Системы частотной автоподстройки (ЧАП) сохраняют свою работоспособность при меньших отношениях сигнал/шум по сравнению с системами фазовой автоподстройки (ФАП). Этот факт обуславливает лучшие характеристики чувствительности и помехоустойчивости некогерентной НАП. Но существует и негативный эффект некогерентного приема – оценки частоты, формируемые системами частотной автоподстройки, оказываются менее точными при высоких отношениях сигнал/шум [1].

Некогерентная система фильтрации получается как результат синтеза оптимальной системы при соответствующей постановке задачи. Известно и активно используются на практике квазиоптимальное решение в виде расширенного фильтра Калмана (РФК)[1], полученное в предположении о нормальности апостериорной плотности частоты и других параметров. С другой стороны, известны уравнения Стратоновича, описывающие апостериорные распределения и позволяющие решить задачу строго, без предположения о законе распределения. Определив апостериорное распределение, можно найти оптимальное решение по тому или иному вероятностному критерию.

Цель работы – сравнить характеристики квазиоптимального и оптимального решений задачи оценивания частоты в «некогерентной» постановке.

Постановка задачи некогерентного оценивания частоты

Постановка задачи оптимальной фильтрации доплеровского смещения частоты радиосигнала в некогерентном режиме приведена в [1], повторим её основные положения.

Аналого-цифровым преобразователем с частотой дискретизации $f_d = {}^{1}\!/_{T_d}$ формируются отсчеты наблюдений навигационного сигнала на фоне тепловых шумов приемника:

$$y_{k,l} = S_{k,l} + n_{k,l}, \tag{1}$$

где $n_{k,l}$ - отсчеты дискретного белого гауссова шума с нулевым математическим ожиданием и дисперсией $\sigma^2_{n,k,l}$, $S_{k,l}$ - навигационный сигнал, описываемый моделью

$$S_{k,l} = Ah_{c,k,l}\cos\left(\omega_{if} t_{k,l} + \omega_k\left(l-1\right)T_d + \varphi_k\right), \tag{2}$$

где A - амплитуда, $h_{c,k,l}$- функция дальномерного кода (в рамках работы считается известной), ω_{if}- промежуточная частота, k,l задают двойную индексацию отсчетов, в которой $l=1..L$, а $t_{k,l+1}=t_{k,l}+T_d$, $t_{k+1,l}=t_{k,l}+T$, $T=T_d L$. Параметры ω_k (частота) и φ_k (фаза) являются дискретными случайными процессами, их значения постоянны на интервале $\left[t_{k,1};\ t_{k,L}\right]$.

Процесс частоты отвечает марковской модели вида

$$\mathbf{x}_k=\mathbf{F}\mathbf{x}_{k-1}+\mathbf{G}\xi_k, \tag{3}$$

где $\mathbf{x}_k$ - вектор состояния процесса частоты

$$\mathbf{x}_k=\begin{vmatrix}\omega_k & \nu_k\end{vmatrix}^T, \tag{4}$$

матрицы $\mathbf{F}$ и $\mathbf{G}$

$$\mathbf{F}=\begin{vmatrix}1 & T\\ 0 & 1\end{vmatrix},\ \ \mathbf{G}=\begin{vmatrix}0\\ 1\end{vmatrix}, \tag{5}$$

случайный процесс ξ_k- формирующий шум с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_ξ^2, связанной со среднеквадратическим значением (СКЗ) σ_a ускорения по линии визирования выражением

$$\sigma_\xi^2=2\sigma_a\alpha T,\ \alpha=0.1\ c^{-1}. \tag{6}$$

Спецификой постановки задачи оценивания параметров в некогерентном режиме является модель фазы φ_k. Принимается грубое допущение о том, что фаза на каждом k-м интервале имеет равномерное распределение, которое не зависит от проведенных ранее наблюдений и других параметров сигнала:

$$p\left(\varphi_k\right)=p\left(\varphi_k\mid\mathbf{x}_k,\mathbf{Y}_{1,1}^{k-1,L}\right)=\frac{1}{2\pi}, \tag{7}$$

где применено обозначение $\mathbf{Y}_{1,1}^{k,L}=\left\{y_{1,1},y_{1,2},...,y_{k,L-1},y_{k,L}\right\}$.

Известно распределение вектора состояния (4) в момент, предшествующий первым наблюдениям - $p\left(\mathbf{x}_0\right)$. Плотности вероятности

(ПВ) $p(\mathbf{x}_0)$ соответствует вектор математических ожиданий $\hat{\mathbf{x}}_0$ и ковариационная матрица $\mathbf{D}_{\hat{\mathbf{x}},0}$.

Требуется в моменты $t_{k,L}$ формировать оптимальные по критерию среднего риска при квадратичной функции потерь оценки частоты $\hat{\omega}_k$, которые, согласно [1, 2], можно описать выражением:

$$\hat{\omega}_k = \int\limits_{\omega} \omega_k \, p\left(\omega_k \mid \mathbf{Y}_{1,1}^{k,L}\right) d\omega_k \,. \tag{8}$$

Утверждается, что оценки (8) являются оптимальными по критерию минимума среднеквадратической ошибки оценивания [2].

Квазиоптимальное решение задачи оценивания частоты

Относительно легко аналитически рассчитать оценку (8) в случае нормальности апостериорной плотности вероятности $p\left(\mathbf{x}_k \mid \mathbf{Y}_{1,1}^{k,L}\right)$. Решения, формируемые в гауссовом приближении, называют квазиоптимальными.

Для описания нормальной апостериорной плотности вероятности достаточно рассчитывать два момента распределения – вектор математических ожиданий $\hat{\mathbf{x}}_k$ (первый элемент которого, согласно (8), является оптимальной оценкой $\hat{\omega}_k$) и ковариационную матрицу $\mathbf{D}_{\hat{\mathbf{x}},k}$. Алгоритм расчета этих параметров называется расширенным фильтром Калмана (РФК). В применении к поставленной задаче алгоритм изложен, например, в [1]:

$$\begin{aligned}
&\hat{\mathbf{x}}_k = \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k \, {u_d\left(\tilde{\mathbf{x}}_k\right)} \big/ {S_d}, \; \tilde{\mathbf{x}}_k = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \\
&\mathbf{K}_k = \mathbf{D}_{\hat{\mathbf{x}},k}\mathbf{H}^T \sigma_{\tilde{\omega}}^{-2}, \;\; \mathbf{H} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \end{vmatrix} \\
&\mathbf{D}_{\hat{\mathbf{x}},k}^{-1} = \mathbf{D}_{\tilde{\mathbf{x}},k}^{-1} + \mathbf{H}^T \sigma_{\tilde{\omega}}^{-2}\mathbf{H}, \\
&\mathbf{D}_{\tilde{\mathbf{x}},k} = \mathbf{F}\mathbf{D}_{\hat{\mathbf{x}},k-1}\mathbf{F}^T + \mathbf{G}\mathbf{G}^T \sigma_{\xi}^2,
\end{aligned} \tag{9}$$

где S_d - крутизна дискриминационной характеристики [3]

$$S_d = \frac{1}{12}\left(\frac{AL}{2}\right)^2 T^2, \tag{10}$$

а $\sigma_{\tilde{\omega}}^2$ - дисперсия эквивалентных наблюдений [3]

$$\sigma_{\tilde{\omega}}^2 = \frac{6}{q_{c/n0} T^3} \left(1 + \frac{1}{q_{c/n0} T} \right) \tag{11}$$

оптимального при низком отношении сигнал/шум частотного дискриминатора

$$u_d\left(\tilde{\mathbf{x}}_k\right) = I_k I_k' + Q_k Q_k' , \tag{12}$$

где $q_{c/n0} = \frac{A^2}{4\sigma_n^2 T_d}$ - отношение сигнал/шум,

$$\begin{aligned}
I_k &= \sum_{l=1}^{L} y_l\, h_{c,k,l} \cos\left(\omega_{if} t_{k,l} + \tilde{\omega}_k\,(l-1) T_d\right), \\
Q_k &= \sum_{l=1}^{L} y_l\, h_{c,k,l} \sin\left(\omega_{if} t_{k,l} + \tilde{\omega}_k\,(l-1) T_d\right), \\
I_k' &= -\sum_{l=1}^{L} y_l\, h_{c,k,l}\,(l-1) T_d \sin\left(\omega_{if} t_{k,l} + \tilde{\omega}_k\,(l-1) T_d\right), \\
Q_k' &= \sum_{l=1}^{L} y_l\, h_{c,k,l}\,(l-1) T_d \cos\left(\omega_{if} t_{k,l} + \tilde{\omega}_k\,(l-1) T_d\right),
\end{aligned} \tag{13}$$

а $\tilde{\omega}_k$ - первый элемент вектора $\tilde{\mathbf{x}}_k$.

Оптимальное решение задачи оценивания частоты

Производить рекурсивный расчет апостериорной плотности вероятности $p\left(\mathbf{x}_k \mid \mathbf{Y}_{1,1}^{k,L}\right)$ без применения дополнительных допущений о виде распределения позволяют уравнения Стратоновича [1] (в англоязычной литературе известные как Recursive Bayesian estimatior)

$$p\left(\mathbf{x}_k \mid \mathbf{Y}_{1,1}^{k,L}\right) = c \cdot p\left(y_{k,1},\ldots,y_{k,L} \mid \mathbf{x}_k\right) \cdot p\left(\mathbf{x}_k \mid \mathbf{Y}_{1,1}^{k-1,L}\right), \tag{14}$$

$$p\left(\mathbf{x}_k \mid \mathbf{Y}_{1,1}^{k-1,L}\right) = \int\limits_{\mathbf{x}_{k-1}} p\left(\mathbf{x}_{k-1} \mid \mathbf{Y}_{1,1}^{k-1,L}\right) p\left(\mathbf{x}_k \mid \mathbf{x}_{k-1}\right) d\mathbf{x}_{k-1}, \tag{15}$$

где $p\left(\mathbf{x}_k \mid \mathbf{Y}_{1,1}^{k-1,L}\right)$ - экстраполяционная ПВ, $p\left(\mathbf{x}_k \mid \mathbf{x}_{k-1}\right)$ - переходная ПВ, а $p\left(y_{k,1},\ldots,y_{k,L} \mid \mathbf{x}_k\right)$, рассматриваемая как функция $\mathbf{x}_k$, - функция правдоподобия, $p\left(\mathbf{x}_0 \mid \mathbf{Y}_{1,1}^{0,L}\right) = p\left(\mathbf{x}_0\right)$.

В [4] приведен пример численного решения уравнений (14), (15) применительно к задаче фильтрации фазы, описываемой моделью первого порядка. Особенность задачи фильтрации фазы – возможность ограничить область значений параметра интервалом в 2π, тем самым зафиксировать сетку численного решения. Частота же, согласно модели (3), может принимать значения на всей вещественной оси. Обобщим методику численного решения уравнений Стратоновича.

Функция правдоподобия с учетом (1), (2), (7) принимает вид [1, 2, 3]:

$$\begin{aligned} L\left(\omega_k\right) &= p\left(y_{k,1},...,y_{k,L} \mid \mathbf{x}_k\right) = p\left(y_{k,1},...,y_{k,L} \mid \omega_k\right) = p\left(\mathbf{y}^k \mid \mathbf{x}_k, \mathbf{Y}_{1,1}^{k-1,L}\right) = \\ &= \int_{\varphi} p\left(\mathbf{y}^k \mid \mathbf{x}_k, \varphi_k\right) p\left(\varphi_k \mid \mathbf{x}_k, \mathbf{Y}_{1,1}^{k-1,L}\right) d\varphi_k = C_1 \cdot I_0\left(\frac{A}{\sigma_n^2} X_k\left(\omega_k\right)\right), \end{aligned} \tag{16}$$

где $I_0(\ )$ - модифицированная функция Бесселя, C_1 - константа,

$$X_k\left(\omega_k\right) = \sqrt{I_k^2\left(\omega_k\right) + Q_k^2\left(\omega_k\right)}. \tag{17}$$

Переходную ПВ $p\left(\mathbf{x}_k \mid \mathbf{x}_{k-1}\right)$ при наличии только одного формирующего шума ξ_k можно записать как [2]

$$p\left(\omega_k, \nu_k \mid \omega_{k-1}, \nu_{k-1}\right) = C_2 \exp\left(-\frac{\left(\nu_k - \nu_{k-1}\right)^2}{2\sigma_\xi^2}\right) \delta\left(\omega_k - \omega_{k-1} - \nu_{k-1} T\right). \tag{18}$$

С учетом (18) в выражении (15) остается один интеграл

$$\begin{aligned} & p\left(\omega_k, \nu_k \mid \mathbf{Y}_{1,1}^{k-1,L}\right) = \\ & = C_2 \int_{\nu_{k-1}} p\left(\omega_k - \nu_{k-1} T, \nu_{k-1} \mid \mathbf{Y}_{1,1}^{k-1,L}\right) \exp\left(-\frac{\left(\nu_k - \nu_{k-1}\right)^2}{2\sigma_\xi^2}\right) d\nu_{k-1}, \end{aligned} \tag{19}$$

где понимается $p\left(\omega_k - \nu_{k-1} T, \nu_{k-1} \mid \mathbf{Y}_{1,1}^{k-1,L}\right) = p\left(\omega_{k-1}, \nu_{k-1} \mid \mathbf{Y}_{1,1}^{k-1,L}\right)\Big|_{\omega_{k-1} \equiv \omega_k - \nu_{k-1} T}$.

Для рекурсивного расчета апостериорной ПВ необходимо каждый такт находить интегрированием экстраполяционную ПВ (19), рассчитывать функцию правдоподобия (16) и производить их перемножение. Предлагается проводить расчет численными методами на конечной сетке, передвигая сетку в область текущей локализации ПВ.

Квантование апостериорной ПВ

Предположим, что можно выделить подмножества значений параметров вида $\left[\mathbf{x}_{es,k}^{\min}; \mathbf{x}_{es,k}^{\max}\right]$, значением АПВ $p\left(\mathbf{x}_k \mid \mathbf{Y}_{1,1}^{k,L}\right)$ вне которых можно пренебречь. Например, интеграл ПВ вне области пренебрежимо мал.

Разбивая интервалы $\left[\mathbf{x}_{es,k}^{\min}; \mathbf{x}_{es,k}^{\max}\right]$ с шагом $\Delta\mathbf{x} = \begin{vmatrix} \Delta\omega \\ \Delta\nu \end{vmatrix}$ получаем множества:

$$
\begin{aligned}
\omega_{es,k}^{\left(1,..,j_\omega^{es},...J_\omega^{es}\right)} &= \left\{\omega_{es,k}^{(1)}, \dots, \omega_{es,k}^{(J_\omega^{es})}\right\}, \\
\nu_{es,k}^{\left(1,..,j_\nu^{es},...J_\nu^{es}\right)} &= \left\{\nu_{es,k}^{(1)}, \dots, \nu_{es,k}^{(J_\nu^{es})}\right\},
\end{aligned}
\qquad (20)
$$

совокупность возможных пар элементов которых образует узлы сетки $X_{es,k}$.

В результате проводимых вычислений для функций $p\left(\mathbf{x}_k \mid \mathbf{Y}_{1,1}^{k,L}\right)$ имеем приближенную кусочно-линейную аппроксимацию $p_c\left(\mathbf{x}_k \mid \mathbf{Y}_{1,1}^{k,L}\right)$, хранимую в виде многомерных массивов значений функции в текущих узлах сетки:

$$
\hat{p}_{c,k}^{\left(j_\omega^{es}, j_\nu^{es}\right)} = p_c\left(\omega_{es,k}^{\left(j_\omega^{es}\right)}, \nu_{es,k}^{\left(j_\nu^{es}\right)} \mid \mathbf{Y}_{1,1}^{k,L}\right). \qquad (21)
$$

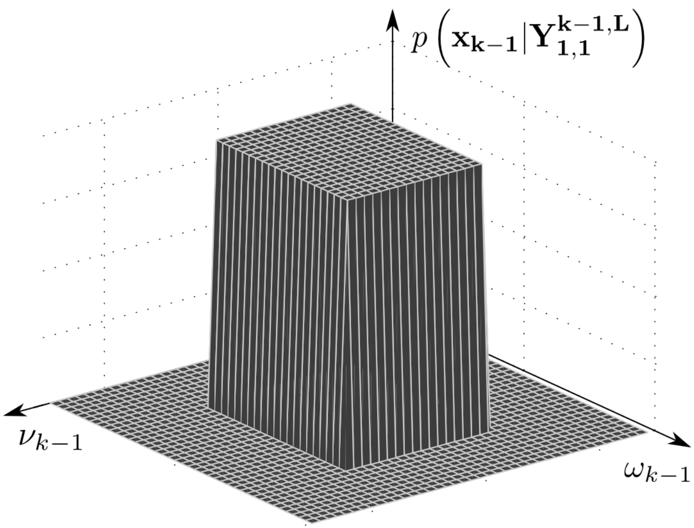

Рис. 1

Во время первой итерации *k*=1 апостериорной ПВ прошлого шага соответствует начальное распределение $p\left(\mathbf{x}_0\right)$. На рисунке 1 приведена ПВ начального распределения, для наглядности взятого равномерным.

Вычисление экстраполяционной ПВ

К началу этапа экстраполяции k интервала вычислитель обладает многомерным массивом значений аппроксимации $\hat{p}_{c,k-1}^{\left(j_\omega^{es},j_\nu^{es}\right)}$ апостериорной ПВ в узлах сетки $X_{es,k-1}$. Необходимо рассчитать экстраполяционную ПВ.

Область параметров $\left[\mathbf{x}_{ex,k}^{\min};\mathbf{x}_{ex,k}^{\max}\right]$, в которых экстраполяционная ПВ значима, шире, чем область параметров $\left[\mathbf{x}_{es,k-1}^{\min};\mathbf{x}_{es,k-1}^{\max}\right]$. Область возможных значений частоты увеличивается за счет её производной:

$$\omega_{ex,k}^{\min}=\omega_{es,k-1}^{\min}+\nu_{es,k-1}^{\min}T,\ \omega_{ex,k}^{\max}=\omega_{es,k-1}^{\max}+\nu_{es,k-1}^{\max}T. \qquad (22)$$

Область значений производной частоты увеличивается за счет действия формирующего шума:

$$\nu_{ex,k}^{\min}=\nu_{es,k-1}^{\min}-3\sigma_\xi,\ \nu_{ex,k}^{\max}=\nu_{es,k-1}^{\max}+3\sigma_\xi. \qquad (23)$$

Разбиение области параметров $\left[\mathbf{x}_{ex,k}^{\min};\mathbf{x}_{ex,k}^{\max}\right]$ с шагом $\Delta\mathbf{x}$ по аналогии с (20) образует множество узлов сетки $X_{ex,k}$ для экстраполяционной ПВ.

Значения интеграла (19) в узлах $X_{ex,k}$ с точность до константы можно рассчитать численно как

$$\tilde{p}_{c,k}^{\left(j_\omega^{ex},j_\nu^{ex}\right)}=C_3\sum_{j_\nu^{es}=1}^{J_\nu^{es}}P_{k-1,j_\omega^{es},j_\nu^{es},j_\nu^{es}}\exp\left(-\frac{\left(\nu_{ex,k}^{\left(j_\nu^{ex}\right)}-\nu_{es,k-1}^{\left(j_\nu^{es}\right)}\right)^2}{2\sigma_\xi^2}\right), \qquad (24)$$

где значение кусочно-линейной аппроксимации апостериорной ПВ

$$P_{k-1,j_\omega^{es},j_\nu^{es},j_\nu^{es}}=p_c\left(\omega_{k-1},\nu_{k-1}\mid\mathbf{Y}_{1,1}^{k-1,L}\right)\Bigg|_{\substack{\omega_{k-1}=\omega_k^{\left(j_\omega^{ex}\right)}-\nu_{k-1}^{\left(j_\nu^{es}\right)}T,\\ \nu_{k-1}=\nu_{k-1}^{\left(j_\nu^{es}\right)}}}. \qquad (25)$$

Расчет значений ПВ (25) производится на основании $\hat{p}_{c,k-1}^{\left(j_\omega^{es},j_\nu^{es}\right)}$ с учетом принятой кусочно-линейной аппроксимации. Эта операция повторяется часто, занимает б**о**льшую часть процессорного времени и требует тщательной оптимизации. Она разбивается на два этапа: нахождение ближайшего узла для заданных значений аргументов функции; вычисление градиента в узле и коррекция с его помощью значения функции в узле.

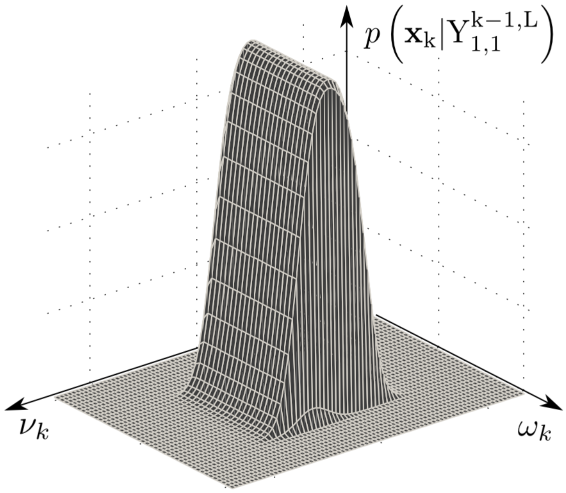

Рис. 2

Пример экстраполяционной ПВ, полученной в результате интегрирования равномерной начальной ПВ, приведен на рисунке 2.

Вычисление апостериорной ПВ

Согласно (14) для вычисления искомой апостериорной ПВ необходимо умножить экстраполяционную ПВ на функцию правдоподобия и провести нормировку результата к единице.

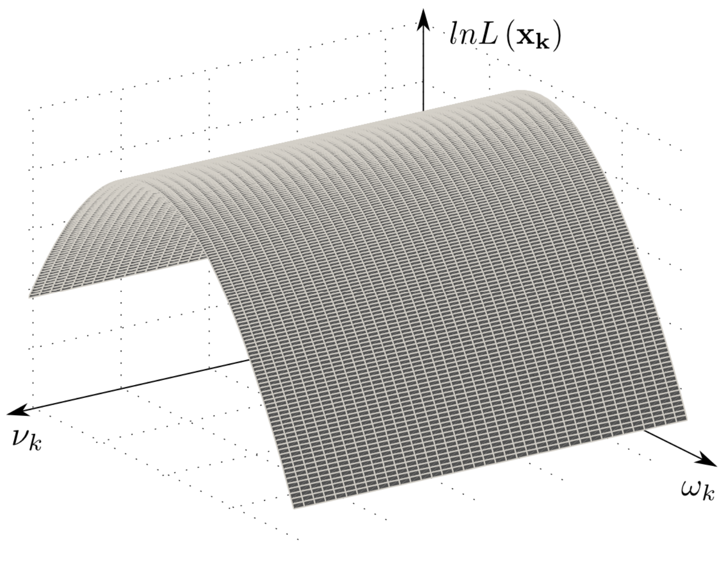

Рис. 3

Удобнее оперировать логарифмом функции правдоподобия, т.к. диапазон её значений велик. Тогда умножение экстраполяционной ПВ и функции правдоподобия заменяется сложением их логарифмов. Для этого в узлах $X_{ex,k}$ рассчитывается значение логарифма функции правдоподобия (16) $\ln L_{c,k,j_\omega^{ex},j_\nu^{ex}}$ на основании принятой реализации сигналов (см. пример на рисунке 3). При расчете удобно использовать аппроксимацию модифицированной функции Бесселя:

$$\ln I_0(z) \approx z - \frac{1}{2}\left(\ln(2\pi) + \ln(z)\right). \tag{26}$$

Тогда логарифм апостериорной ПВ на *k*-м интервале

$$\ln \hat{p}_{c,k,j_\omega^{ex},j_\nu^{ex}} = \ln L_{c,k,j_\omega^{ex},j_\nu^{ex}} + \ln \tilde{p}_{c,k,j_\omega^{ex},j_\nu^{ex}} + C_4. \tag{27}$$

Очевидно, что $\left|X_{ex,k}\right| \geq \left|X_{es,k-1}\right|$, и если не предпринимать мер, множество узлов быстро разрастается. Для сокращения множества можно пренебречь значениями ПВ ниже максимума на некоторое пороговое значение. При этом множество узлов $X_{ex,k}$ сокращается до $X_{es,k}$, которым соответствует массив значимых значений логарифма апостериорной ПВ $\ln \hat{p}_{c,k,j_\omega^{es},j_\nu^{es}}$ (с точностью до слагаемого-константы).

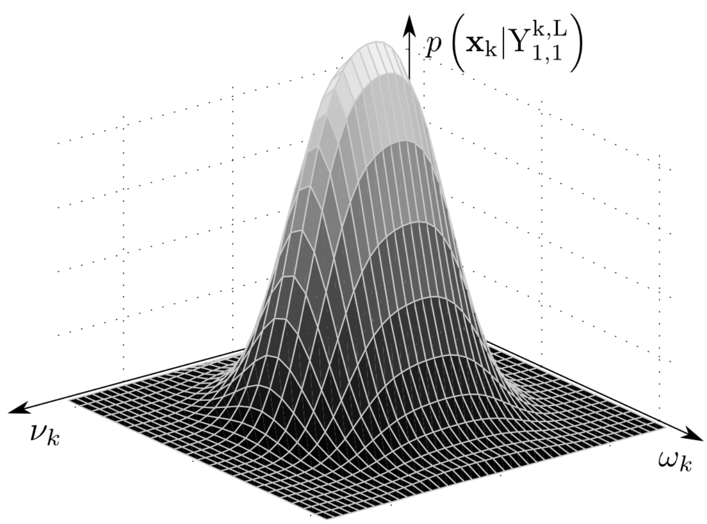

Рис. 4

Взятием экспоненты восстанавливается массив $\hat{p}_{c,k,j_\omega^{es},j_\nu^{es}}$ (см. пример на рисунке 4), множитель-константа определяется из условия нормировки:

$$\sum_{j_\omega^{es}}^{J_\omega^{es}} \sum_{j_\nu^{es}}^{J_\nu^{es}} \hat{p}_{c,k,j_\omega^{es},j_\nu^{es}} \Delta\omega\Delta\nu = 1. \tag{28}$$

Оценка частоты в соответствии с (8) формируется как

$$\hat{\omega}_k = \sum_{j_\omega^{es}}^{J_\omega^{es}} \omega_{es,k}^{(j_\omega^{es})} \sum_{j_\nu^{es}}^{J_\nu^{es}} \hat{p}_{c,k,j_\omega^{es},j_\nu^{es}} \Delta\omega\Delta\nu, \qquad (29)$$

выбором шага сетки и порога её можно приближать к оптимальной.

Далее процесс вычислений повторяется рекурсивно.

Характеристики оптимального и квазиоптимального решений

Алгоритмы, реализующие описанное выше оптимальное и квазиоптимальное решение задачи оценивания частоты, а также модель принимаемых сигналов были реализованы в среде MATLAB.

Проведено моделирование при различных отношениях сигнал/шум и двух среднеквадратических значениях ускорения (σ_a= 1 м/с^2 – условно «низкая динамика», σ_a= 40 м/с^2 – «высокая динамика»). На рисунке 5 приведены соответствующие зависимости шумовой полосы РФК в установившемся режиме [3]:

$$\Delta f = \frac{2K_1^{\,2} - 3K_1K_2T + 2K_2\,T}{8K_1T\ \ - 2K_1K_2T^2 - 4K_1^2T},\ \mathbf{K} = \left| K_1 \quad K_2 \right|^T \qquad (30)$$

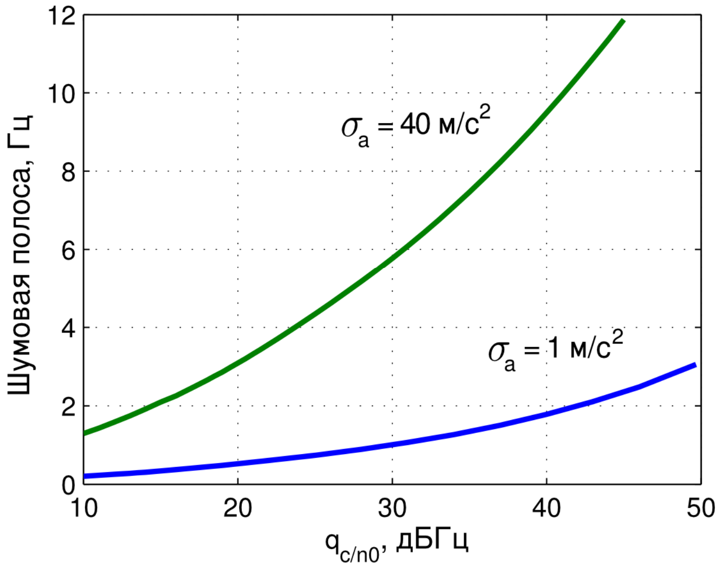

Рис. 5

При моделировании использовалось значение параметра T = 20 мс.

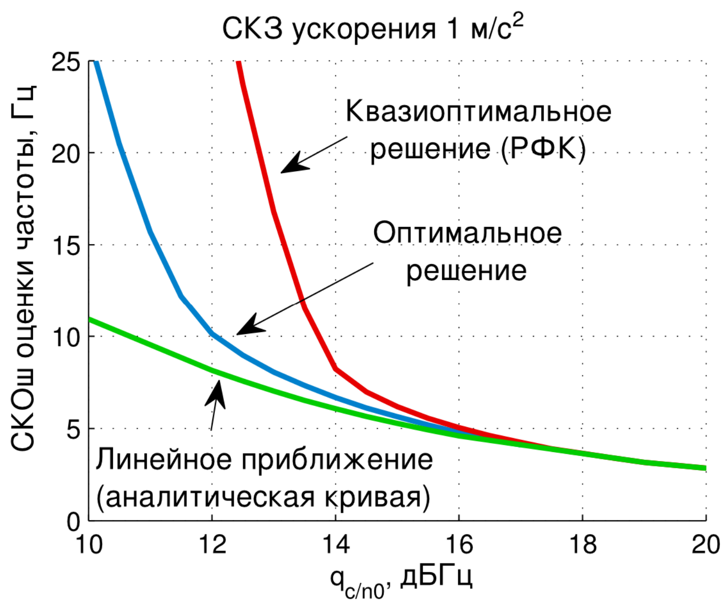

Рис. 6

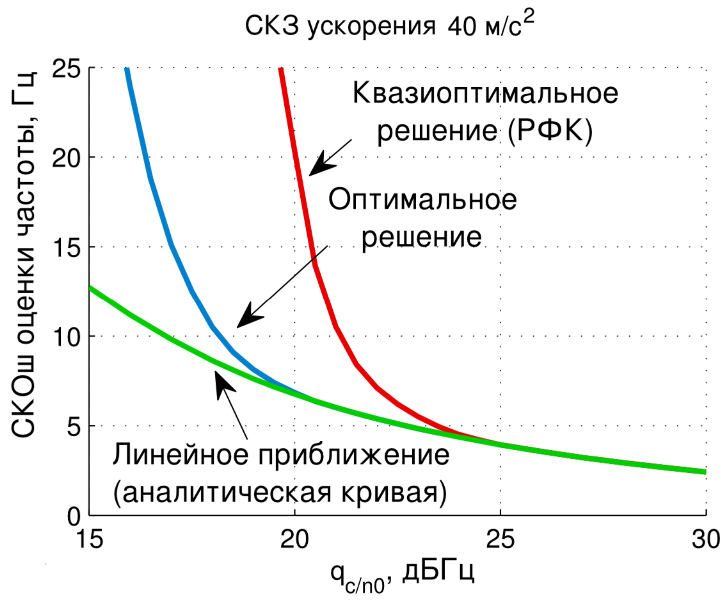

Рис. 7

Графики среднеквадратической ошибки (СКОш) оценивания частоты, полученные в результате моделирования, приведены на рисунках 6 и 7. Они соответствуют ошибке после завершения переходных процессов. Для сравнения на графики нанесена аналитическая кривая, соответствующая расчетной точности оценивания частоты в умозрительной линейной следящей системе с дискриминатором [1]:

$$u_d\left(\tilde{\omega}_k\right) = S_d\left(\omega_k - \tilde{\omega}_k + n_\omega\right),\ n_\omega \sim N\left(0, \sigma_{\tilde{\omega}}^2\right). \tag{31}$$

При большом отношении сигнал/шум точность оптимального и квазиоптимального решений совпадают между собой и с расчетными характеристиками линеаризованной системы.

С уменьшением отношения сигнал/шум начинают сказываться эффекты нелинейности, что приводит к возрастанию ошибок в реальных системах оценивания. Апостериорная плотность вероятности становится существенно негауссовой, что приводит к нарушению работы квазиоптимального алгоритма.

Применения гауссовой аппроксимации апостериорной плотности вероятности в задаче некогерентного оценивания частоты приводит при низких отношениях сигнал/шум к эквивалентным энергетическим потерям около 2-4 дБ. При этом потери возрастают с увеличением интенсивности динамических воздействий.

Заключение

На примере задачи некогерентного оценивания частоты описана методика численного расчета оптимальных оценок параметров радиосигналов на основе численного решения уравнений Стратоновича. С применением методики получены потенциальные характеристики точности оценки частоты в некогерентном режиме, проведено сравнение с характеристиками квазиоптимального решения, получаемого в гауссовом приближении апостериорной ПВ. Использование оптимального решения не позволяет улучшить точность относительно квазиоптимального при больших отношениях сигнал/шум. При малом отношении сигнал/шум использование гауссовой аппроксимации приводит к эквивалентным энергетическим потерям около 2-4 дБ, величина которых возрастает с увеличением интенсивности динамического воздействия.

Литература

1. Перов, А. И. Методы и алгоритмы оптимального приема сигналов в аппаратуре потребителей спутниковых радионавигационных систем. — М.: Радиотехника, 2012. — 240 с.

2. Перов, А. И. Статистическая теория радиотехнических систем. — М.: Радиотехника, 2003. — 400 с.

3. Корогодин, И. В. Разработка алгоритмов обработки сигналов спутниковых навигационных систем в аппаратуре определения угловой

ориентации объектов. — дисс. на соиск. уч. стенени к.т.н.. — ФГБОУ ВПО "НИУ "МЭИ", Москва, 2013. — 270 с.

4. Тихонов, В. И., Харисов, В. Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. — М.:Радио и связь, 2004. — 608 с.